



Co-funded by  
the European Union

# MÓDULO 06

## PROGRAMA DE FORMACIÓN GEOLOCALIZACIÓN



Dirección General de Formación  
CONSEJERÍA DE ECONOMÍA,  
HACIENDA Y EMPLEO



Departamento de Estrategias Educativas



CAMPUS  
DES MÉTIERS  
ET DES  
QUALIFICATIONS  
D'EXCELLENCE

Hub4u, o energías renovables  
et eco-construction  
Societas



MTU  
Ofticool Teicnoleicétha na Mumhan  
Munster Technological University



BZB

Bildungszentren des  
Baugewerbes e. V.



fh  
KufsteinTirolo  
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES



Funded by the European Union. Views and opinions expressed are however those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or the European Education and Culture Executive Agency (EACEA). Neither the European Union nor EACEA can be held responsible for them.

# Índice

<b>1. Objetivos del módulo .....</b>	<b>6</b>
<b>2. Modelización del globo terrestre .....</b>	<b>7</b>
2.1 Elipsoide: modelización de la Tierra mediante una superficie geométrica perfecta .....	7
2.2 Elipsoide de referencia internacional: WGS84.....	8
2.3 Norte geográfico y Norte magnético .....	9
<b>3. Posicionamiento en el elipsoide .....</b>	<b>11</b>
3.1 Coordenadas geográficas: longitud, latitud y altura elipsoidal .....	11
Ejemplos de coordonnées de partenaires européens (de l'ouest à l'est).....	12
3.2 Aproximación de la esfera local .....	13
3.3 Datum geodésico.....	14
3.4 Coordenadas cartesianas: ITRS89 (mundo) y ETRS89 (Europa) .....	15
<b>4. Puntos de posición en un mapa, un plano.....</b>	<b>17</b>
4.1 Doble proyección para un mapa.....	17
Las proyecciones cilíndricas .....	18
Las proyecciones cónicas .....	19
Introducido por el matemático Johann Heinrich Lambert (Francia) en 1772.....	19
Las proyecciones acimutales .....	19
4.2 Proyección y sistema geodésico .....	20
4.3 La proyección Mercator .....	21
4.4 La proyección y el sistema UTM : UNIVERSAL TRANSVERSE MERCATOR.....	22
Proyección UTM: Mercator transversal.....	22
Sistema de coordenadas UTM.....	23
Distorsión de la distancia en UTM .....	25
4.5 PROYECCIÓN CÓNICA DE LAMBERT: en Francia, Bélgica, Texas.....	28
Proyección de Lambert sobre un cono .....	28
Distorsión de la distancia en la proyección de Lambert.....	29
Convergencia de meridianos en la representación de Lambert.....	30
Sistema geodésico RGF93, Proyección Lambert 93. Código EPSG:2154.....	31
Distorsión de la distancia en Lambert 93 .....	32
Cónica conforme 9 zonas proyección Códigos EPSG:3942 (zona 1/CC42) à EPSG:3949 (zona 8/CC49).....	34

Distorsión de la distancia en zonas Lambert 9.....	36
4.6 Puntos de referencia geodésicos.....	37
<b>5. Medidas de elevación: el geoid .....</b>	<b>38</b>
5.1 El geode terrestre: diferente del elipsoide.....	38
5.2 El geode: determinar la elevación de un punto.....	40
5.3 Sistema de altimetría legal.....	41
<b>6. Sistema de navegación por satélite gnss .....</b>	<b>42</b>
6.1 Sistemas actuales .....	42
6.2 Cálculo de la posición.....	44
Multilateración 3D : intersección de esferas 3D.....	44
Posicionamiento: exclusivamente en el elipsoide WGS84.....	45
6.3 Precisión métrica nativa GNSS, concepto GDOP.....	46
Precisión instantánea.....	46
GDOP: Dilución Geométrica de Precisión.....	47
Variación durante el día :.....	48
6.4 Precisión centimétrica en modo de medición PPP .....	49
6.5 Precisión de alcance centimétrico obtenida con un sistema diferencial.....	50
Método: Enlace de dos antenas GNSS.....	50
RTK: correcciones en tiempo real por Internet y suscripción.....	51
6.6 Perturbaciones locales en la precisión de un GNSS .....	53
6.7 Sistemas jurídicos y GNSS.....	55
<b>7. Objetivos de geolocalización in situ.....</b>	<b>56</b>
7.1 Principio (véase también el módulo "fotogrametría").....	56
7.2 Tipos de objetivos.....	56
7.3 Estudio de los objetivos.....	57

## **DRONES4VET: participantes y autores del proyecto Erasmus+**

### **Equipo CMQE HEREC Occitania Francia:**

Régis Lequeux - profesor e ingeniero en ingeniería civil, Lycée Dhuoda, Nîmes - coordinador de los 10 módulos

Nicolas Privat - profesor e ingeniero en ingeniería civil, Lycée Dhuoda, Nîmes

Eric Remola - profesor de ingeniería civil, Lycée Dhuoda, Nîmes

Nicolas Vassart - profesor y doctor en ingeniería civil, Lycée Dhuoda, Nîmes

Valerie Poplin - Directora ejecutiva de CMQE

### **Equipo MTU Irlanda:**

Sean Carroll, profesor, ingeniero civil

Michal Otreba Inz, profesor, ingeniero civil

coordinadores de "Sesiones de Nivelación y Seguimiento para formadores"

### **Universidad de Ciencias aplicadas. Kufstein Tirol. Austria**

Emanuel Stocker, Profesor universitario en gestión de instalaciones y bienes raíces. Coordinador del manual.

Sarah Plank, Controlador de Investigación y Desarrollo

### **Equipo CRN Paracuellos (DG de Formación. Comunidad de Madrid) España.**

Promotores del proyecto

José Manuel García del Cid Summers, Director

Daniel Sanz, director de Dron-Arena

Santos Vera, técnico

Jorge Gómez Sal, jefe de la unidad técnica

Fernando Gutiérrez Justo. Coordinador Erasmus

### **BZB Düsseldorf. Alemania**

Frank Bertelmann-Angenendt, director de proyecto

Markus Schilaski, director de proyecto

### **DEX. España**

Ainhoa Pérez

Ignacio Gómez Argüelles

Diego Díaz Mori

Yvan Corbat

# 1. Objetivos del módulo

Este módulo permite comprender los sistemas de coordenadas utilizados para localizar puntos en la Tierra. Explica cómo se hace un mapa en un sistema de proyección. Permite geolocalizar objetos en la superficie terrestres.

Para la localización sobre la superficie terrestre es necesario utilizar un sistema de posicionamiento y cartografía. Para ello, son necesarias nociones de geodesia, como

- la definición de un marco de referencia geodésico (elipsoide, meridiano de origen)
- la elección de un sistema de proyecciones y coordenadas (geográficas o planas)
- la elección de un sistema de referencia de altura (geoide).

El módulo explica también cómo funciona un Sistema Global de Navegación por Satélite ("GPS") y cómo obtener una precisión centimétrica.

Al final verás cómo colocar objetos en el campo para geolocalizar tus operaciones con drones y de ahí la nube de puntos resultante. .

## 2. Modelización del globo terrestre

### 2.1 Elipsoide: modelización de la Tierra mediante una superficie geométrica perfecta

Vista desde el espacio, la Tierra tiene forma de esfera, pero en realidad está ligeramente deformada por la fuerza centrífuga inducida por su rotación alrededor del eje de los polos. El modelo topográfico de la Tierra se aproxima a un volumen matemático conocido: el elipsoide de revolución (rotación de una elipse alrededor del eje que pasa por los polos (el eje menor)).

- Radio medio de: 6 367 km
- Achatamiento en los polos: -11 km respecto a la esfera
- Protuberancia en el ecuador: +11 km con respecto a la esfera

Rojo : un círculo (2D), una esfera (3D)  
Azul : una elipse, un elipsoide (3D) = la forma general de la tierra

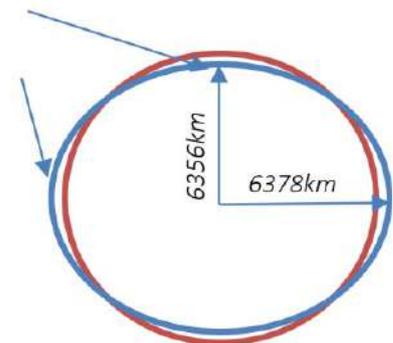


Figura 2-1 Elipsoide WGS84

Orden de tamaño para un elipsoide de revolución de la tierra :

- $a = 6\,378\,137\text{ m}$  = radio ecuatorial de la tierra
- $b = 6\,356\,752\text{ m}$  = radio polar de la tierra
- Circunferencia ecuatorial = 40 074 km
- Longitud de una elipse meridiana = 40 007 km (cálculo integral)

**Para hacer topografía proyectamos sobre el elipsoide los contornos de los elementos a cartografiar.**

## 2.2 Elipsoide de referencia internacional: WGS84

Sistema de referencia internacional: **WGS 84, Sistema Geodésico Mundial 1984**

WGS 84 es el sistema geodésico definido por los científicos como el elipsoide IAG GRS 80 (con una modificación de 0,1 mm) y el geoide (véase más abajo) EGM96. Se ha convertido en ineludible porque es la referencia utilizada por el sistema de posicionamiento por satélite GPS y todos los demás sistemas (europeo Galileo, ruso Glonass, chino Beidou, japonés KZSS e indio). Se ha convertido rápidamente en la referencia universal de la cartografía (marina y terrestre).

Los elipsoides locales definidos en general para cada país, tienden a desaparecer en favor del WGS84. Datan de la época en que los científicos no estaban todos de acuerdo a nivel mundial, algunos países los han conservado y pueden diferir de WGS84 hasta el punto de distorsionar las coordenadas. Por ejemplo, los antiguos mapas franceses anteriores a 1999, que estaban en el elipsoide Clarke 1880, no son "compatibles con GPS".

- ➔ Por lo tanto, siempre es necesario comprobar si el elipsoide de proyección es WGS84 (o IAG GRS80). Cualquier otro elipsoide de referencia provocaría un error de posicionamiento.

## 2.3 Norte geográfico y Norte magnético

**Norte geográfico = eje de rotación de la tierra = unión de meridianos = Norte VERDADERO = Norte de los mapas**

**ESTE ES EL ÚNICO NORTE QUE UTILIZAMOS EN TOPOGRAFÍA**

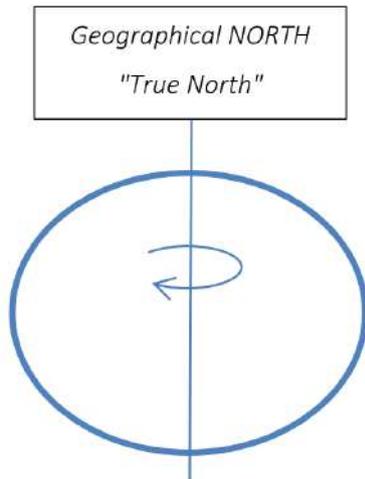


Figura 2-2 eje de rotación = Norte geográfico

Para más información:

*Norte magnético = punto donde el campo magnético terrestre "entra" en la Tierra: las líneas de campo se encuentran. Está cerca del Norte geográfico, pero no coincide y es variable, no puede utilizarse como referencia.*

*La brújula indica el Norte magnético, esta dirección se diferencia del Norte geográfico por la declinación: ángulo entre la dirección Norte indicada en una brújula y la dirección, Norte "verdadera", geográfica.*

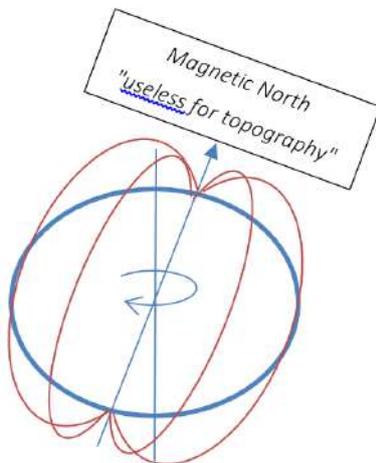


Figura 2-3 declinación del campo magnético en 2015 (noei.noaa.gov)

**US/UK World Magnetic Model - Epoch 2015.0**  
**Main Field Declination (D)**

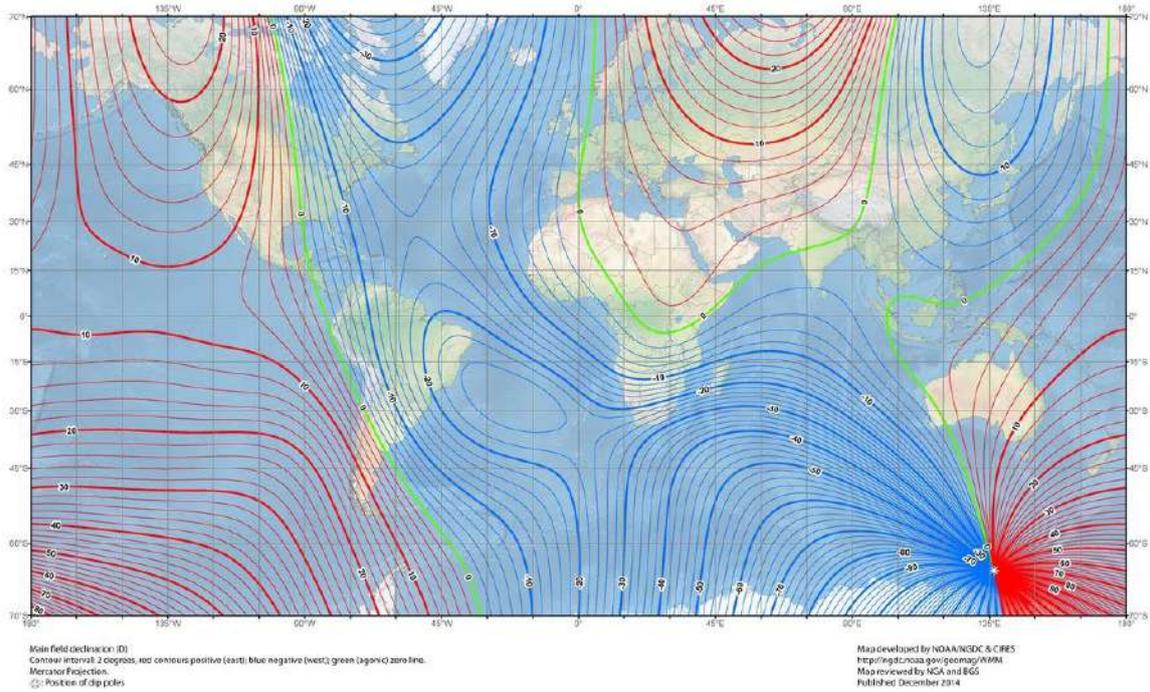


Figura 2-4 declinación de las líneas de campo magnético de la tierra

!!!En Francia la declinación es baja (de 1 a 3°), pero en Polonia alcanza los 6°!!!

Una brújula no es un instrumento de posicionamiento que indique el Norte de los mapas, pero la declinación local se indica en los mapas para permitir el uso de una brújula para senderismo o navegación aproximada.

## 3. Posicionamiento en el elipsoide

### 3.1 Coordenadas geográficas: longitud, latitud y altura elipsoidal

Las coordenadas geográficas tridimensionales ( $\lambda, \phi, h$ ) de cualquier punto permiten posicionar este punto en el elipsoide y dar su elevación desde este mismo.

Se basan en dos referencias:

La **longitud** ( $\lambda$ ) que es el ángulo formado por el **meridiano** que pasa por el punto considerado con el meridiano primo.

El primer meridiano internacional es el de Greenwich (observatorio de Londres).

El meridiano internacional de referencia pasa por el Observatorio de Greenwich, en Londres, y en Francia por Tarbes, a 60 km al oeste de Toulouse, por Angulema y por Caen.

La **longitud** está comprendida entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  hacia el Este, decimos "longitud Este" o entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$  hacia el Oeste, decimos "longitud Oeste".



Figura 3-1 meridianos (brainly.in)

La **latitud**  $\phi$  (phi) que es el ángulo que forma la normal al elipsoide con el plano del ecuador (= plano ecuatorial) determinando los **paralelos**.

La **latitud** está comprendida entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  hacia el Norte, decimos "latitud Norte" o entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  hacia el Sur, decimos "latitud Sur".

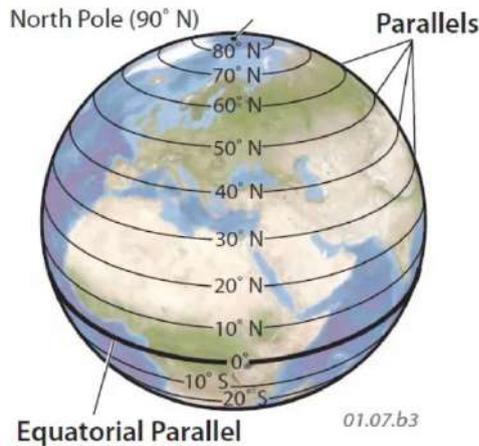


Figura 3-2 paralelos (brainly.in) (<https://geographyname>)

### Exemples de coordonnées de partenaires européens (de l'ouest à l'est)

Conk, Universidad Tecnológica de Munster: 51.885808N ; 8.533495W

Madrid, CRN Paracuellos: 40.494217N ; 3.535192W

Nîmes, Campus Herec: 43.827286N ; 4.356369E

Fukstein, FHS kufstein Tirol Bildungs: 47.583670N ; 12.173542E

La **altura elipsoidal**  $h$  es la distancia entre el punto considerado y la proyección de este punto sobre el elipsoide.

Es esta altura elipsoidal la que determinan los sistemas por satélite, y no la elevación habitual (sobre el nivel del mar), que desconocen...

La medida de "h" es ortogonal al elipsoide: por lo que no alcanza el centro de masa de la tierra ver el hueco aquí.

Así que como el ángulo de latitud no alcanza el centro de masa...

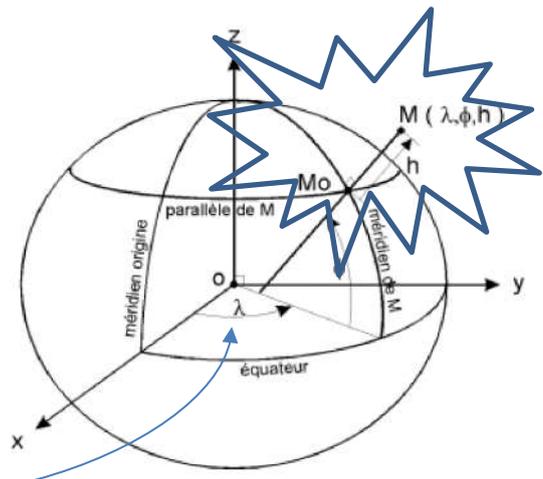


Figura 3-3 altura elipsoidal ortogonal al elipsoide

En la ilustración, el punto  $M_o$  es la proyección de  $M$  perpendicular al elipsoide, lo que permite localizarlo en latitud y longitud.

Todos los países del mundo utilizan el mismo sistema de coordenadas geográficas (¡incluso Corea del Norte!).

## 3.2 Aproximación de la esfera local

Para algunos cálculos, es útil sustituir el elipsoide por una esfera con un radio localmente adaptado al elipsoide.

En Francia, la esfera tiene un radio de 6380 km.

## 3.3 Datum geodésico

Las características del elipsoide y los parámetros de posicionamiento constituyen un datum geodésico.

Por lo tanto, un punto de referencia geodésico se define por :

- Un elipsoide → WGS84 (o llámelo IAG GRS 80)
- La posición del centro del elipsoide según la posición del ecuador terrestre conocida a pocos metros.
- La orientación de los ejes del elipsoide → eje mayor a lo largo del ecuador, eje menor hacia el eje de rotación de la tierra.
- Un meridiano origen de longitudes → el meridiano que pasa por el observatorio de Greenwich en Londres
- Un plano de origen de latitudes → el plano del ecuador

## 3.4 Coordenadas cartesianas: ITRS89 (mundo) y ETRS89 (Europa)

En lugar de coordenadas geográficas, se define en todo el mundo un marco de referencia cartesiano fijo centrado en el centro de masa de la Tierra: el Sistema de Referencia Terrestre Internacional (SRTI) desde 1989.

Son las coordenadas X, Y, Z

- El plano X,Y es el ecuador
- El eje Z es el eje de rotación de la Tierra
- El punto O,O,O es el centro de masa de la tierra
- El eje X pasa por el meridiano de Greenwich

Cada punto de la tierra puede tener coordenadas (X,Y,Z)

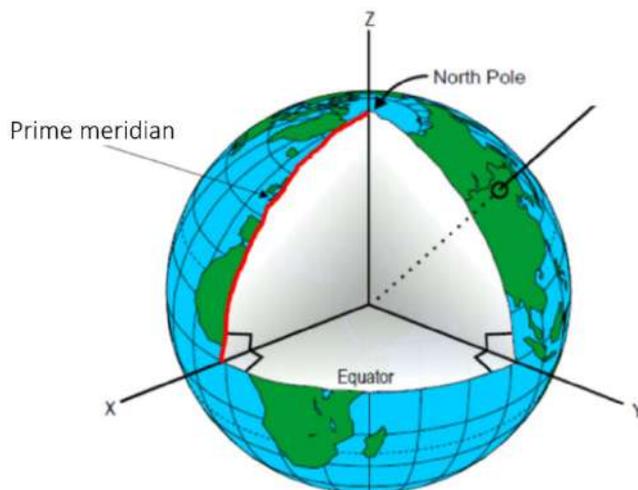


Figura 3-4 eje de coordenadas cartesianas (researchgate)

Problema: la deriva continental...

Los sistemas geodésicos espaciales (es decir, los modernos) son muy precisos y permiten expresar en un mismo sistema las coordenadas de puntos situados en diferentes placas tectónicas: los movimientos relativos de estas placas (de hasta varios cm/año) ya no pueden despreciarse... El ITRS (International Terrestrial Reference System), que es el sistema geodésico más preciso del mundo (precisión centimétrica), está en constante evolución; cada una de sus realizaciones (ITRF, por International Terrestrial Reference Frame), constituidas por una red de estaciones terrestres cuyas coordenadas y velocidades de desplazamiento son fijas, está fechada: el ITRF90 corresponde al valor de estos elementos para el año 1990. En realidad, el último cómputo es el ITRS2020 (<https://itrf.ign.fr/en/solutions/itrf2020>).

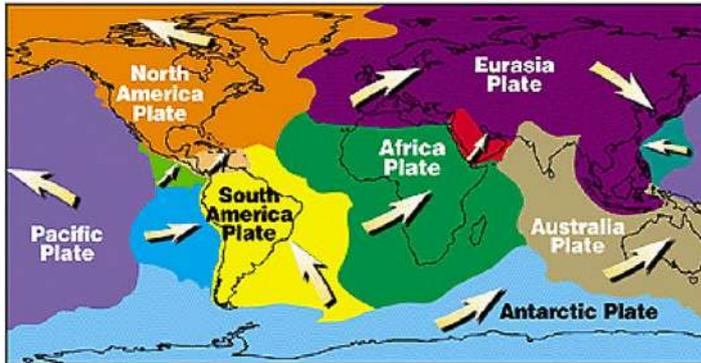


Figura 3-5 deriva continental (*importantinnovations.com*)

Este sistema internacional se declina en Europa bajo el nombre de ETRS 89, con una red cuya última versión es ETRF2020. En Europa, se decidió fijar nuestro sistema de referencia a la placa euroasiática en 1989: a partir de ese año, el ETRS (European terrestrial reference system) difiere del ITRS debido al desplazamiento de la placa continental a la que está fijado. Los parámetros de transformación deben actualizarse constantemente ETRS ITRS →

[https://epncb.oma.be/\\_productservices/coord\\_trans/](https://epncb.oma.be/_productservices/coord_trans/)

La ETRS se utiliza como base para todos los sistemas de proyección plana de los países europeos, su elipsoide es GRS80 (=WGS84 a 0,1mm) y existen más de 300 estaciones de medición en Europa (EUREF).

De momento no utilizamos estas coordenadas con drones, pero sería posible.

# 4. Puntos de posición en un mapa, un plano

## 4.1 Doble proyección para un mapa

Un plano o un mapa es la representación de una parte del elipsoide sobre una superficie desarrollable, sobre una superficie que puede extenderse plana: esencialmente el cilindro, el cono y el plano.

Para hacer un mapa o cualquier plano del terreno, es necesario hacer dos proyecciones:

- **El terreno** real, las medidas, se proyectan **sobre el elipsoide**
- A continuación, la forma en **el elipsoide se proyecta** sobre una **superficie desarrollable** para obtener una representación plana

Así, los ángulos, las distancias, las superficies medidas en los mapas pueden diferir mucho de las medidas...

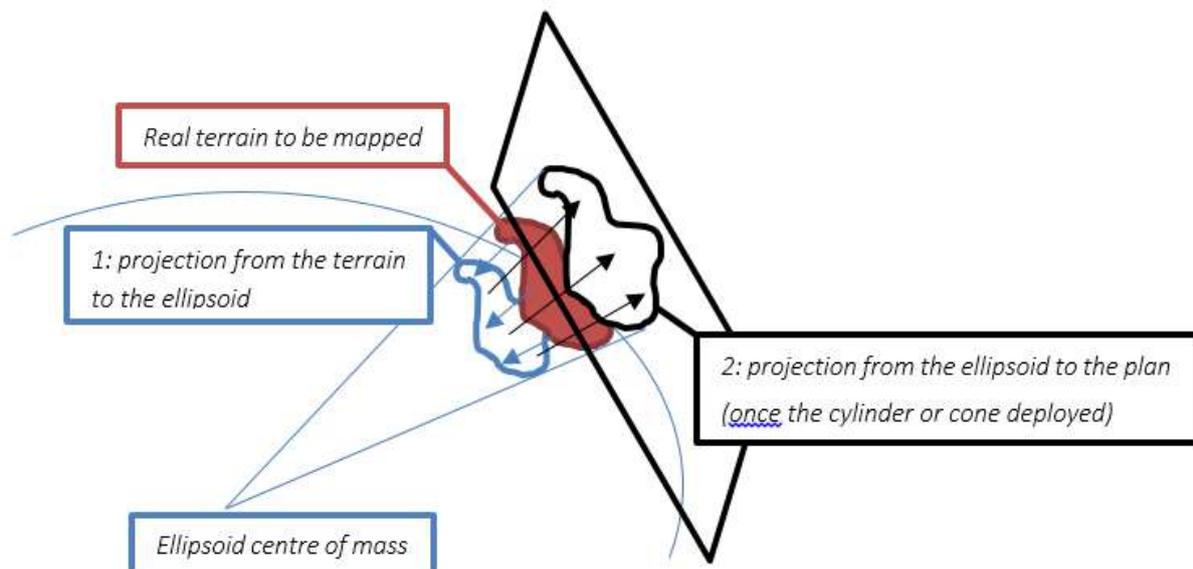


Figura 4- las dos proyecciones sucesivas para obtener un mapa

- Las proyecciones utilizadas para la topografía son **conformes**: preservan localmente los ángulos. Un ángulo medido en el campo es el mismo que en el plano.
- Las proyecciones **alteran las distancias** (modifican las distancias). Una distancia medida sobre el terreno no es la misma que la medida en el mapa, aunque se aplique la escala del mapa.
- En estas proyecciones definimos un **marco de referencia ortonormal**, orientado positivamente hacia el Este y el Norte, propio de cada sistema de proyección, que sustituye a la Longitud, Latitud; coordenadas por X, Y o E, N.

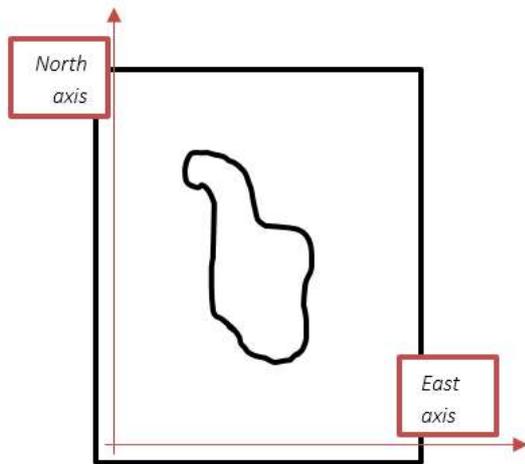
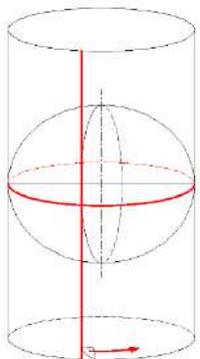
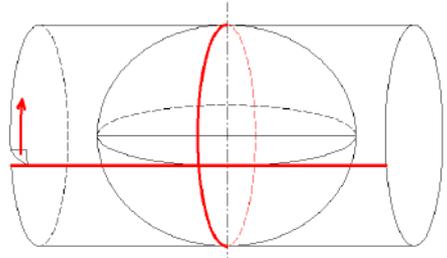


Figura 4-2 marco de referencia ortogonal en un mapa plano

### Las proyecciones cilíndricas

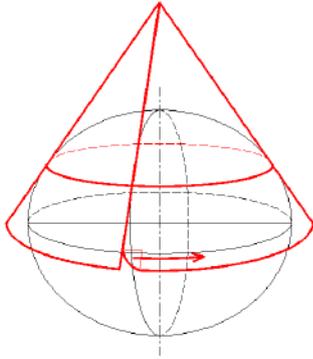
La superficie de proyección es un cilindro circunscrito a lo largo del ecuador (dicho "directo") o de un meridiano (dicho "transversal") del elipsoide (ejemplo: UTM, Gauss, ...).

 <p>Figura 4-3 proyección cilíndrica transversal</p>	<p>Representación cilíndrica transversal: utilizado para mapas y planos en muchos países</p>
 <p>Figura 4-4 proyección cilíndrica directa</p>	<p>Representación cilíndrica directa: se utiliza para mapas grandes que muestran varios países.</p>

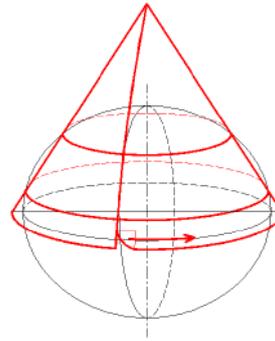
## Las proyecciones cónicas

**Introducido por el matemático Johann Heinrich Lambert (Francia) en 1772.**

La superficie de proyección es un cono tangente a una circunferencia o secante a dos circunferencias (ejemplo: Lambert 93 en Francia, ...)



*Figura 4-5 representación directa cónica tangente*

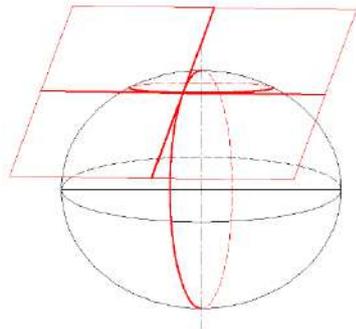


*Figura 4-6 Representación cónica secante directa*

## Las proyecciones acimutales

La superficie de proyección es un plano tangente a un punto o secante a una circunferencia.

Una proyección que no puede clasificarse en uno de estos tipos se denomina individual o única.



*Figura 4-7 Representación de la tangente acimutal*

## 4.2 Proyección y sistema geodésico

No hay que confundir una proyección con un sistema geodésico (que permite localizar un punto en la superficie de la tierra).

- La proyección es la forma y la posición de la superficie desarrollable: cilindro o cono, en contacto con el elipsoide.
- El sistema geodésico es la forma de expresar las coordenadas cartesianas en la proyección: origen y orientación de los ejes X e Y (o E y N).

Teóricamente, cualquier proyección podría asociarse a cualquier sistema geodésico, pero para evitar ambigüedades, generalmente asociamos un sistema geodésico a una proyección determinada (por ejemplo: ED 50 o WGS 84 con la proyección UTM, RGF 93 con la proyección Lambert 93, ...).

Además, cuando se dan las coordenadas planas de un punto (ya que una misma proyección puede ser utilizada por varios sistemas geodésicos), es necesario (salvo en casos obvios) indicar tanto la proyección como el sistema geodésico utilizado (por ejemplo: E y N en UTM ED 50).

## 4.3 La proyección Mercator

El elipsoide se proyecta sobre un cilindro vertical

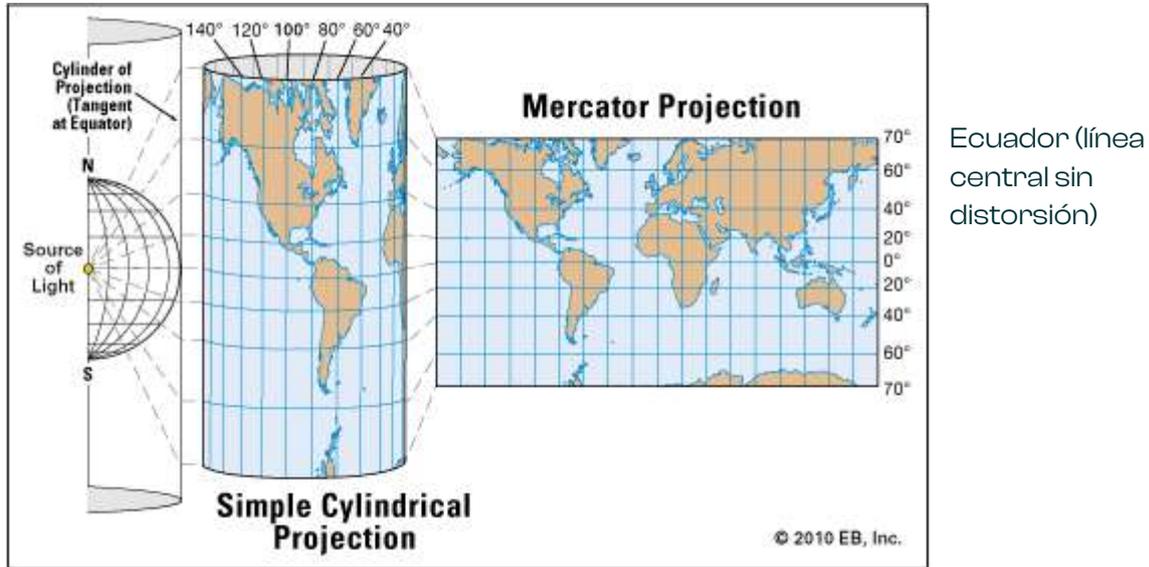


Figura 4-8 proyección Mercator directa (Britanica.com)

El resultado es una fuerte deformación al alejarse del ecuador. El ecuador es el isómetro central: sólo a lo largo del ecuador las distancias medidas en el mapa se corresponden con las del terreno.

Es la distorsión de las distancias: las distancias medidas en el mapa, incluso multiplicadas por la escala, no son iguales a las medidas sobre el terreno... excepto a lo largo del ecuador.

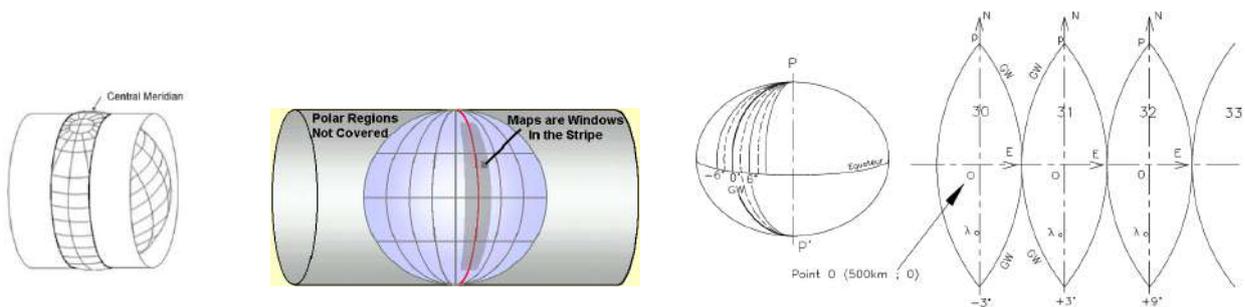
Muy utilizado para representar la Tierra en su conjunto, o un país entero, en los atlas.

**Nunca se ha utilizado para aplicaciones de ingeniería civil.**

## 4.4 La proyección y el sistema UTM: UNIVERSAL TRANSVERSE MERCATOR

### Proyección UTM: Mercator transversal

La proyección UTM (Universal Transverse Mercator definida hacia 1950 por el ejército estadounidense para representar toda la Tierra) es una proyección cilíndrica conforme secante transversal que cubre todo el mundo en 60 zonas de 6 grados de amplitud en longitud (para limitar la distorsión de la distancia en el borde de los husos) basada ahora en el elipsoide WGS84.



e-education.psu.edu

oc.nps.edu

unstats.un.org

Figura 4-9 Proyección Universal Transversal de Mercator UTM

Los meridianos tienen como imagen en el plano curvas que dependen de su distancia al meridiano central. El meridiano de Greenwich ( $= 0^\circ$ ) separa las zonas 30 y 31. Los 2 meridianos secantes se denominan "meridianos estándar": a lo largo de ellos, no hay distorsión de la distancia.

Las paralelas tienen como imagen en el plano curvas paralelas equidistantes entre sí.

Proyección conforme: mismos ángulos en el suelo y en el mapa, pero distorsión de la distancia.

Las zonas están numeradas para identificarlas: la numeración de las zonas comienza en el meridiano de  $180^\circ$  y aumenta de Oeste a Este.

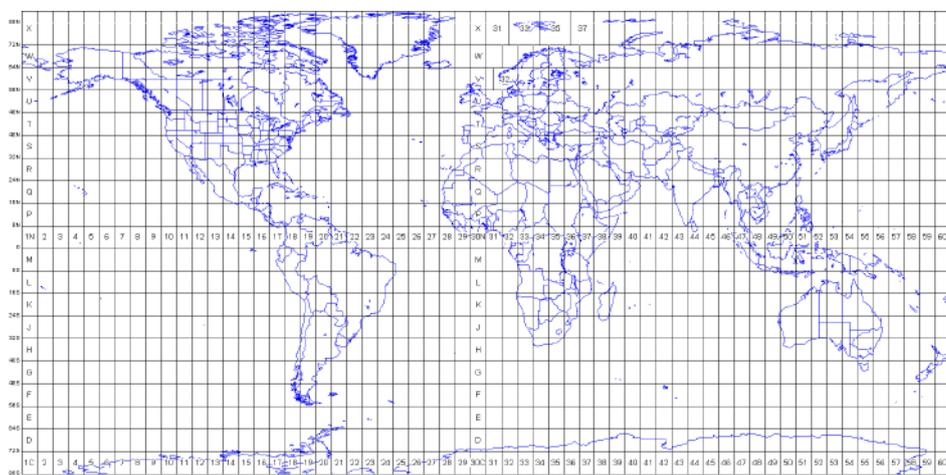


Figura 4-10 las 60 zonas de la UTM (researchgate)

## Sistema de coordenadas UTM

En el mapa, el meridiano central está representado por una línea recta sobre el eje Norte.

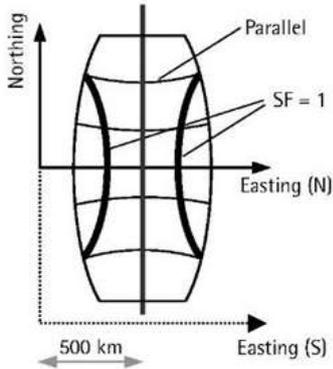
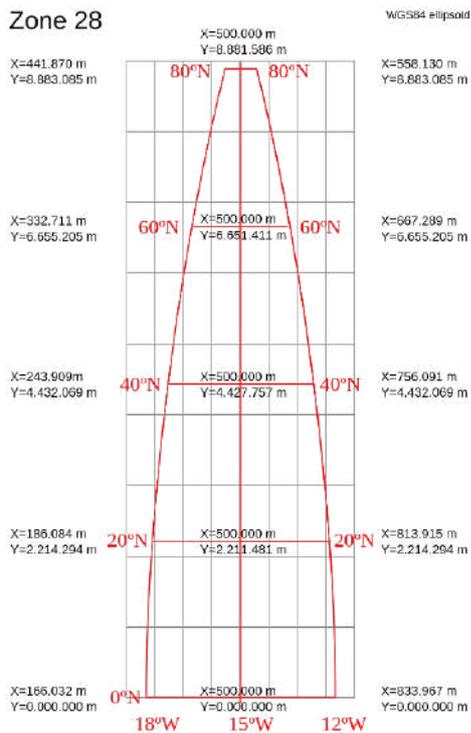


Figura 4-11 eje en una banda UTM - qué-cuándo-cómo.com



Todas las zonas son idénticas.

Para evitar abscisas negativas, el punto O de cada zona tiene la coordenada  $E_0 = 500 \text{ km}$

El origen de los ejes E y N tiene las coordenadas :

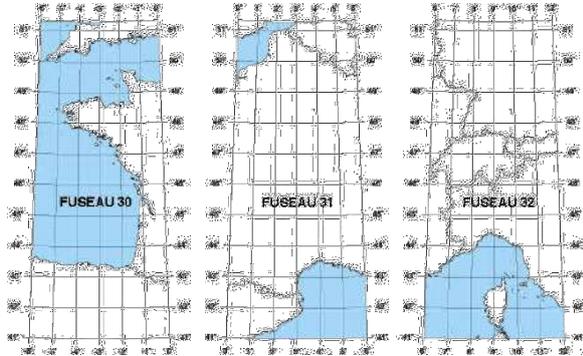
- $N_0 = 0 \text{ m}$  en el hemisferio norte
- $N_0 = 10\,000 \text{ km}$  en el hemisferio Sur

La anchura de una zona es de unos  $600 \text{ km}$

← aquí las coordenadas de los extremos de la zona son mayores en Y que a lo largo de la línea central debido a la curva de los paralelos.

Figura 4-12 coordenadas en una franja UTM

Para cualquier coordenada puntual, debe especificar a qué zona se refiere:



Ejemplo: UTM30 (56.012 , 125.236)

El territorio francés está situado en 3 zonas:

- UTM Norte zona 30 : entre 6 grados Oeste y 0 grados (= Greenwich), EPSG :32630
- UTM Norte zona 31 : entre 0 grados y 6 grados Este, EPSG :32631
- UTM Norte zona 32 : entre 6 grados Este y 12 grados Este, EPSG :32632

Figura 4-13 las 3 zonas UTM de Francia ("fuseau" en francés) (IGN)

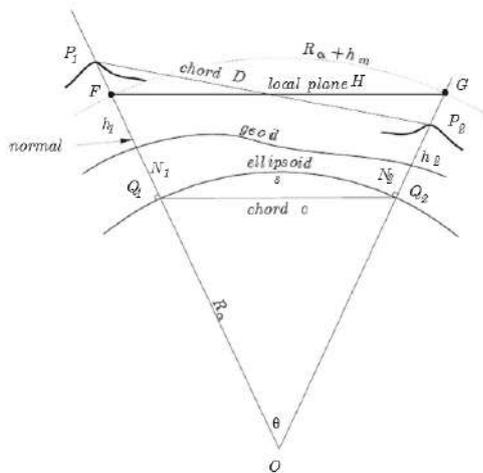
Códigos EPSG: 326xx donde xx es el número de la zona. Ejemplo zona34 = EPSG :32634

## Distorsión de la distancia en UTM

Ninguna representación puede mantener todas las longitudes en todo el dominio representado: la esfera (o el elipsoide) no puede "aplanarse" sin deformaciones, cada longitud sufrirá una alteración que dependerá de su posición en la tierra.

### Etapa 1: reducir a elipsoide : factor de corrección de elevación

Como todos los sistemas de coordenadas proceden del elipsoide, el primer paso consiste en proyectar las medidas del terreno al elipsoide.



Distancia medida entre P1 y P2 = D

Ángulo vertical entre P1 y P2 = V

Altura elipsoidal del plano local P1P2 = h (media  $h_1 h_2$ , véase más abajo "medición de la elevación" para la definición de la altura elipsoidal)

Radio de la esfera local  $R_n$  (en Francia  $R_n=6380\text{km}$ )

Aplanado en el plano local:  $H = D \cdot \sin V$

Factor de corrección de elevación  $EF = R_n / (R_n + h)$

Reducido al elipsoide:  $c = D \cdot R_n / (R_n + h)$

Figura 4-14 proyección de distancia del campo al elipsoide

Normalmente, para la topografía equiparamos la distancia de cuerda a la distancia de proa (teóricamente hay que utilizar la distancia de proa...).

Ejemplo : En Nîmes, Francia, la altura elipsoidal es de unos 95 m, por lo que las distancias se modifican en

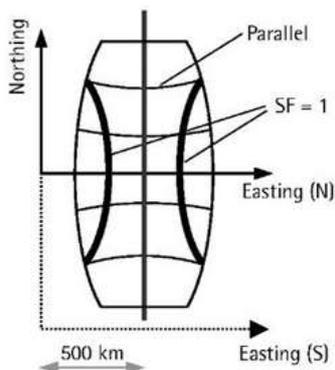
$$6380000 / (6380000 + 95) = 0.999985$$

150 m en el suelo se convierten en 149,9978 m una pérdida de 2,2 mm

Esta proyección al elipsoide es obligatoria antes que cualquier otra proyección para TODOS los sistemas.

## Paso 2: aplicar el factor de escala de proyección UTM

La variación relativa de las longitudes en la representación se denomina distorsión de la distancia, donde hay que aplicar un Factor de Escala sobre las distancias entre la proyección sobre el elipsoide y la proyección sobre la franja UTM.



Aquí el SF=1 muestra los meridianos estándar:  
Sin distorsión a lo largo de ellos

Figura 4-15 factor de escala=1 a lo largo de los meridianos estándar (what-when-how.com)

En las proyecciones conformes como la UTM, la distorsión de la distancia es independiente de la dirección.

En UTM se aplica un factor de escala: La fórmula para calcular el factor de escala en cualquier punto de coordenadas geográficas ( $\lambda, \varphi$ ) longitud latitud en relación con la longitud del meridiano central  $\lambda_0$  es:

$$k \approx 0.9996 \left( 1 + \frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{2} \cos^2(\varphi)(1 + \varepsilon^2) + \frac{(\lambda - \lambda_0)^4}{24} \cos^4(\varphi)(5 - 4 \cdot \tan^2(\varphi)) \right)$$

Con  $\varepsilon^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \cos^2(\varphi)$  (recordatorio WGS84  $a = 6\,378\,137$  m y  $b = 6\,356\,752$  m)

En el meridiano central,  $\lambda = \lambda_0$   $k = 0,9996 = -40\text{cm/km}$  cualquier distancia medida entre dos puntos a lo largo del meridiano (o muy cercanos) se multiplica por 0,9996 (o se reduce de 40cm por km).

Ejemplo: 150 m en el elipsoide son  $150 \times 0,9996 = 149,94$  m en el plano UTM (o  $150 - 0,40 \times 0,150$ ),

Es más corto de 6 cm.

En los bordes de la zona UTM a lo largo del meridiano límite, el factor de escala es  $k = 1,00097 = +97\text{cm/km}$

Ejemplo aún para 150m en el elipsoide son  $150 \times 1,00097 = 150,146$  m en el plano UTM

(o  $150 + 0,97 \times 0,150$ ), ¡es más largo a 14,6 cm!

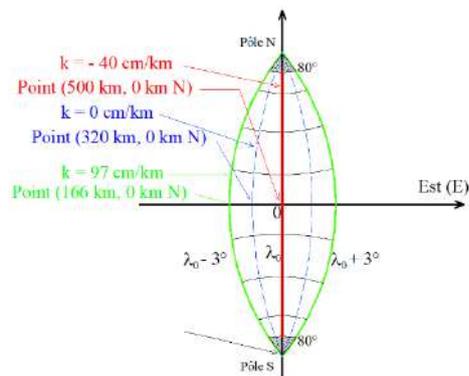


Figura 4-16 factores de escala notables en UTM

En UTM, a latitud constante, el módulo lineal de la proyección aumenta al alejarse del meridiano central, alcanza 1 y luego se hace mayor que 1. A lo largo de un meridiano, el módulo lineal disminuye al aumentar la latitud.

**Distorsión global de la distancia: reducción del elipsoide + distorsión de la proyección**

## 4.5 PROYECCIÓN CÓNICA DE LAMBERT: en Francia, Bélgica, Texas...

### Proyección de Lambert sobre un cono

La proyección de Lambert es una proyección cónica secante directa: la proyección se realiza sobre un cono secante al elipsoide a lo largo de dos paralelas.

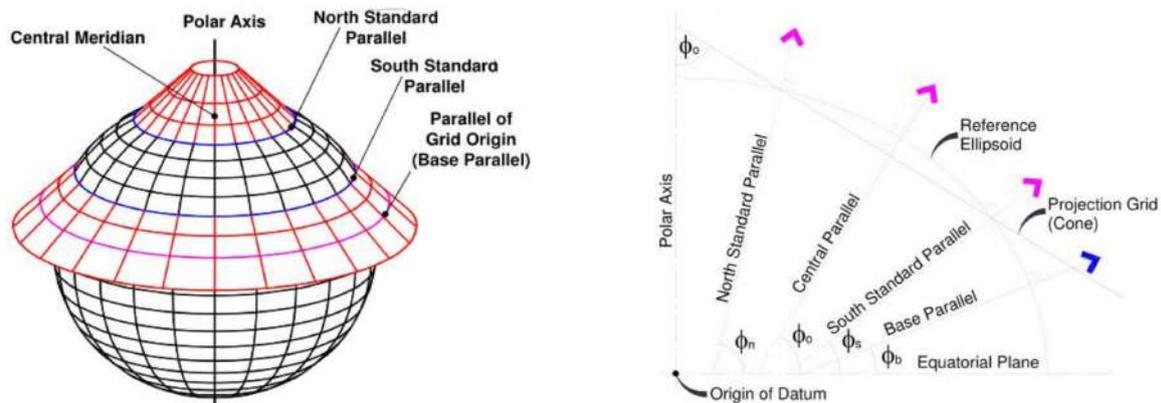


Figura 4-17 Proyección secante de Lambert (researchgate.com)

Proyección conforme: conservación de los ángulos, los ángulos medidos sobre el terreno son los mismos en el mapa de Lambert. Distorsión de la distancia.

En el mapa, la tangente con los paralelos cónicos (= paralelo estándar) se representa mediante un arco circular.

Los paralelos tienen como imagen círculos concéntricos. El espaciado irregular de los paralelos garantiza la conformidad de la representación.

El meridiano original tiene como imagen en el mapa: el eje Norte (N).

Los meridianos tienen como imagen rectas que se cruzan en la imagen del Polo Norte P. Son por tanto perpendiculares a los círculos concéntricos, y en los mapas observamos una convergencia meridiana.

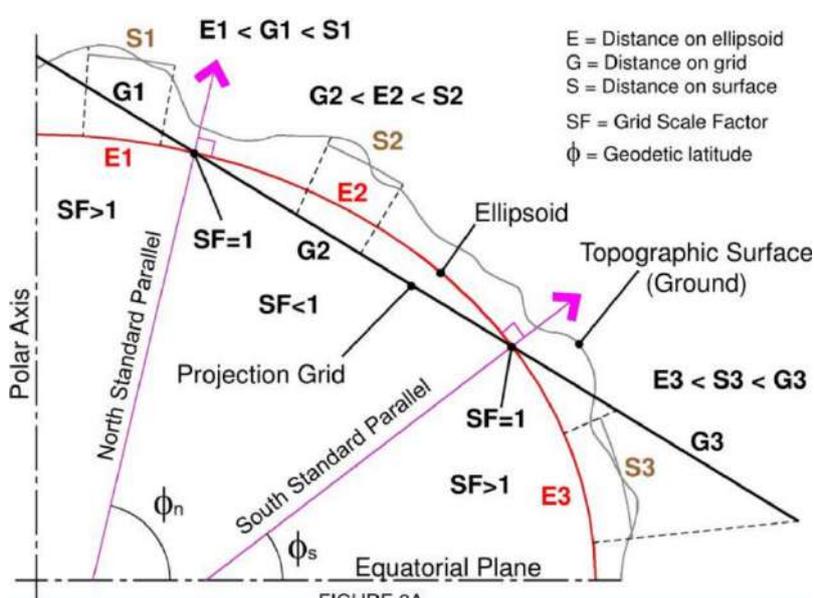
Elipsoide de referencia : IAG GRS 80 (=WGS84)

## Distorsión de la distancia en la proyección de Lambert

Para reducir las alteraciones lineales, el cono corta el elipsoide dos veces: secante directa y proyección cónica conforme. A lo largo de las paralelas secantes (contacto cono/elipsoide) no hay distorsión de distancia ( $k=1$ ).

Para reducir la distorsión de la distancia, Francia, por ejemplo, utiliza 2 sistemas Lambert:

- El GRF93-Lambert 93 que cubre todo el territorio y tiene grandes distorsiones de distancia
- El RGF93-9 zonas en las que el territorio se divide en 9 zonas, o tantas proyecciones de Lambert con diferentes valores y menos distorsión de la distancia. Cada uno tiene su propio cono.



las distancias medidas in situ son  $S1, S2, S3$

Paso 1: proyección al elipsoide en  $E1, E2, E3$

Paso 2: la proyección sobre el cono da  $G1, G2, G3$ ; las distancias entre las coordenadas en Lambert, y el dibujo en el plano o mapa.

En los 2 paralelos estándar no hay distorsión debida a Lambert, pero sí a la "etapa 1", la reducción del elipsoide.

Figura 4-18 diferentes factores de escala en función de la posición respecto a los paralelos estándar (Bryan W. Bunch)

Al norte del paralelo estándar norte y al sur del paralelo estándar sur, la distorsión es positiva, o  $k > 1$ , las distancias son mayores en el mapa que en el terreno.

Entre el paralelo estándar sur y el paralelo estándar norte, la distorsión es negativa, o  $k < 1$ , el plano de Lambert está "dentro" del elipsoide, las distancias en el mapa son menores que en el terreno.

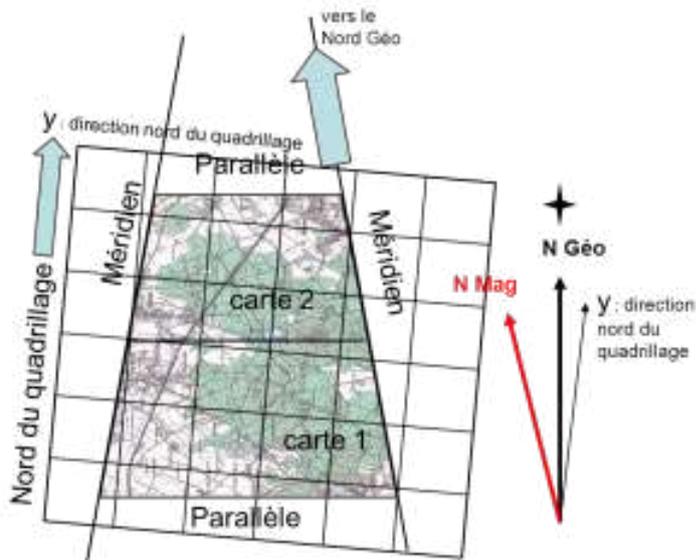
## Convergencia de meridianos en la representación de Lambert

En la mayoría de las proyecciones, el Norte del mapa no indica la dirección del Polo Norte geográfico. Se habla entonces de convergencia de los meridianos "c" que es, en un punto, el rumbo ( $c > 0$  o  $c < 0$ ) de la imagen del meridiano (en el momento de la proyección) que pasa por este punto.

En la proyección de Lambert, la convergencia "c" de un meridiano en un punto A varía en función de la longitud  $\lambda$  de este punto (con respecto al meridiano original de  $\lambda_{orig}$  y  $\lambda_0$ ) pero es constante para todas las

*Figura 4-19 convergencia de meridianos en Lambert (IGN)*

puntos pertenecientes al mismo meridiano (es decir, para  $\lambda = cte$  y  $\forall \varphi$ ):



Nota: - la convergencia "c" es negativa al este del primer meridiano.  
- la convergencia "c" es positiva al Oeste del meridiano primo.

Por supuesto, si el mapa está centrado en el primer meridiano, el norte del mapa es el norte verdadero.

## Sistema geodésico RGF93, Proyección Lambert 93. Código EPSG:2154

La proyección denominada Lambert 93, asociada al sistema geodésico RGF 93, es la proyección oficial para Francia metropolitana y Córcega desde el año 2000, compatible con WGS 84 (GNSS) y el sistema europeo ETRS89.

El elipsoide de referencia de la proyección Lambert 93 es el elipsoide IAG GRS 80 (=WGS84) y el primer meridiano es el meridiano situado a 3°E del meridiano de Greenwich.

La proyección Lambert 93 cubre toda Francia y Córcega, es secante en dos paralelos.

Para localizar puntos y dibujar planos o mapas, colocamos sobre el cono aplanado una referencia ortonormal en metros, su punto de origen tiene las coordenadas

$E_0$  Lambert 93 = 700 km,  $N_0$  Lambert 93 = 6 600 km

Las principales características de la proyección Lambert 93 son :

- **Eje norte o primer meridiano**  $\lambda_0 = 3^\circ$  Este /Greenwich
- **Coordenadas del origen:**  $E_0 = 700$  km y  $N_0 = 6\,600$  km
- **Paralelo primario:**  $\phi_0 = 46^\circ 30' N$  (tangente al eje Este en  $E_0, N_0$ )
- Latitud de los paralelos estándar:  $\phi_1 = 44^\circ N$  et  $\phi_2 = 49^\circ N$
- Distorsión de la distancia central:  $k=0,999\,051\,03 = -94,9$  cm/km
- código : EPSG:2154 o EPSG 5698 (con cuadrícula altimétrica IGN69)

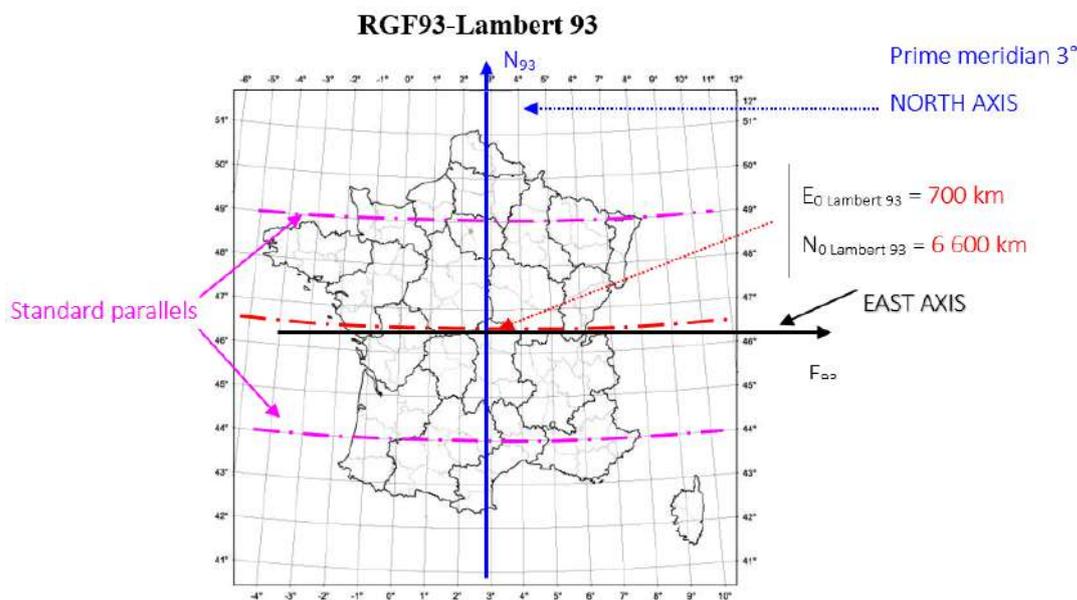


Figura 4-20 eje del sistema de proyección RGF93-Lambert93

Para reconocer fácilmente un punto en Lambert93, sus coordenadas son

Este entre 100 km y 1200 km ; Norte entre 6000 km y 7100 km

No hay confusión con las coordenadas de las zonas RGF93-9 (véase más abajo).

### Distorsión de la distancia en Lambert 93

El mapa de abajo da el valor de la distorsión en función de la latitud, no hay variación en longitud, a diferencia de la UTM, Lambert es agradable a los topógrafos.

¡Podemos ver que en el Norte, la alteración llega hasta los 2 m que hay que añadir en el mapa a las mediciones de campo por kilómetro medidas para dibujar el plano!

En el centro puede ir hasta casi 1 m para eliminar de las mediciones de campo por kilómetro medido para dibujar el mapa.

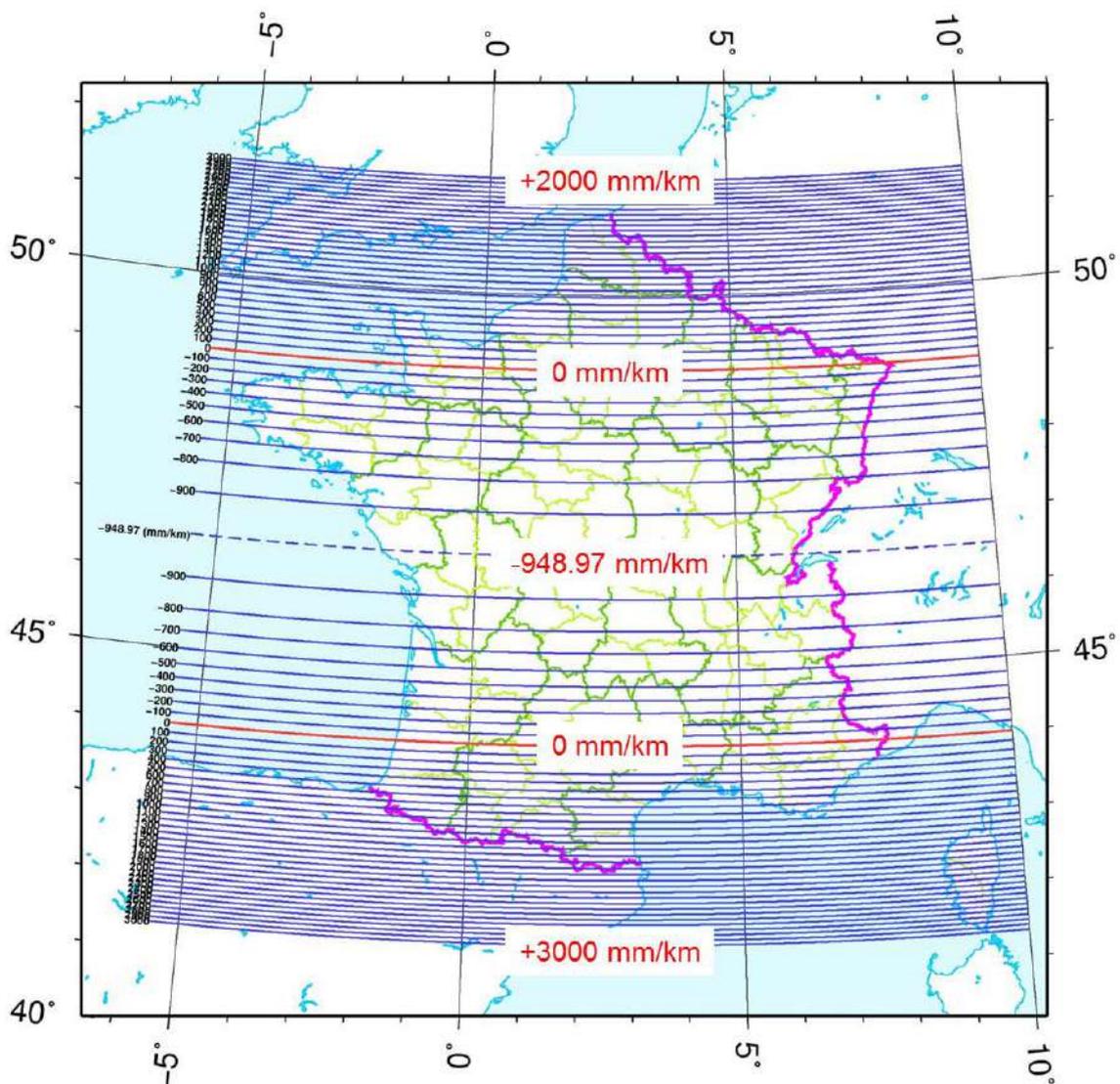


Figura 4-21 distorsión de la distancia en Lambert 93 (IGN)

Cálculo del factor de escala L93 a partir de la distancia al paralelo central (46,500°)

En el paralelo central:  $k = 949 \text{ mm/km}$

En cualquier otro paralelo cuya distancia al paralelo central (46,500°) sea "d" en km

obtenemos  $k \approx 1 + \frac{d^2}{2R_n} - 94,9 \cdot 10^{-5}$

Con  $R_n = 6380 \text{ km}$  de radio de la esfera local en Francia

Ejemplo para Dunkerque, 500 km al norte de los 46,500

$$k \approx 1 + \frac{d^2}{2R_n} - 94,9 \text{ cm/km} = 1 + \frac{500^2}{2 \times 6380^2} - 94,9 \cdot 10^{-5} = 1,002121 = 212 \text{ cm/km}$$

Punto en la latitud de	Coordenada N en Lambert 93 (en km)	Distorsión de la distancia k
Dunkerque	$N = 7100 = N_0 + 500$	$k = 1,00212 = +212 \text{ cm/km}$
Meaux	$N = 6878 = N_0 + 278$	$k = 0 \text{ coche } \varphi = \varphi_0 + 2,78 \text{ gon} = \varphi_2$
Poitiers	$N = 6600 = N_0$	$k = 0,999051 = -94,9 \text{ cm/km}$
Bonifacio	$N = 6000 = N_0 - 600$	$k = 1,00347 = +347 \text{ cm/km}$

El gráfico siguiente también puede utilizarse para determinar la distorsión de distancia k de un lugar cuando se conoce su latitud  $\varphi$ .

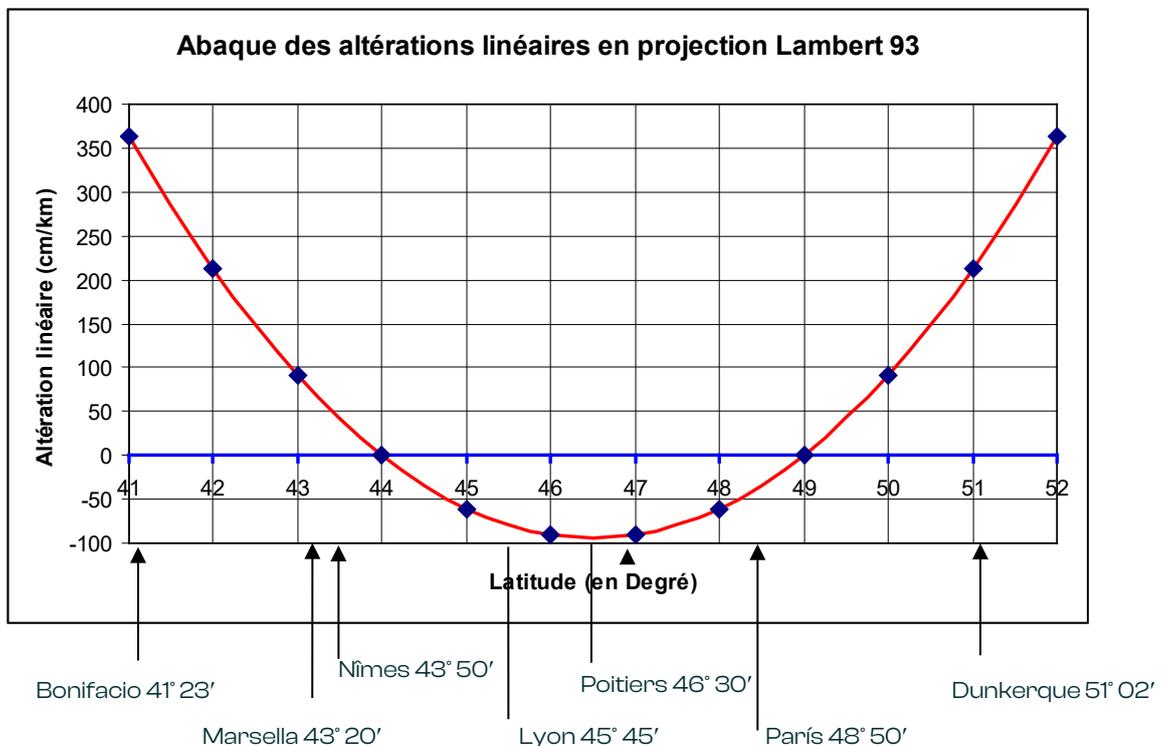


Figura 4-22 distorsión de la distancia en Lambert 93 (IGN)

En Francia, los mapas oficiales del IGN sólo utilizan el sistema RGF93-Lambert 93, es obligatorio.

Ejemplo de modificación de distancia LAMBERT 93 para la zona " Bourg-en-Bresse a Troyes ".

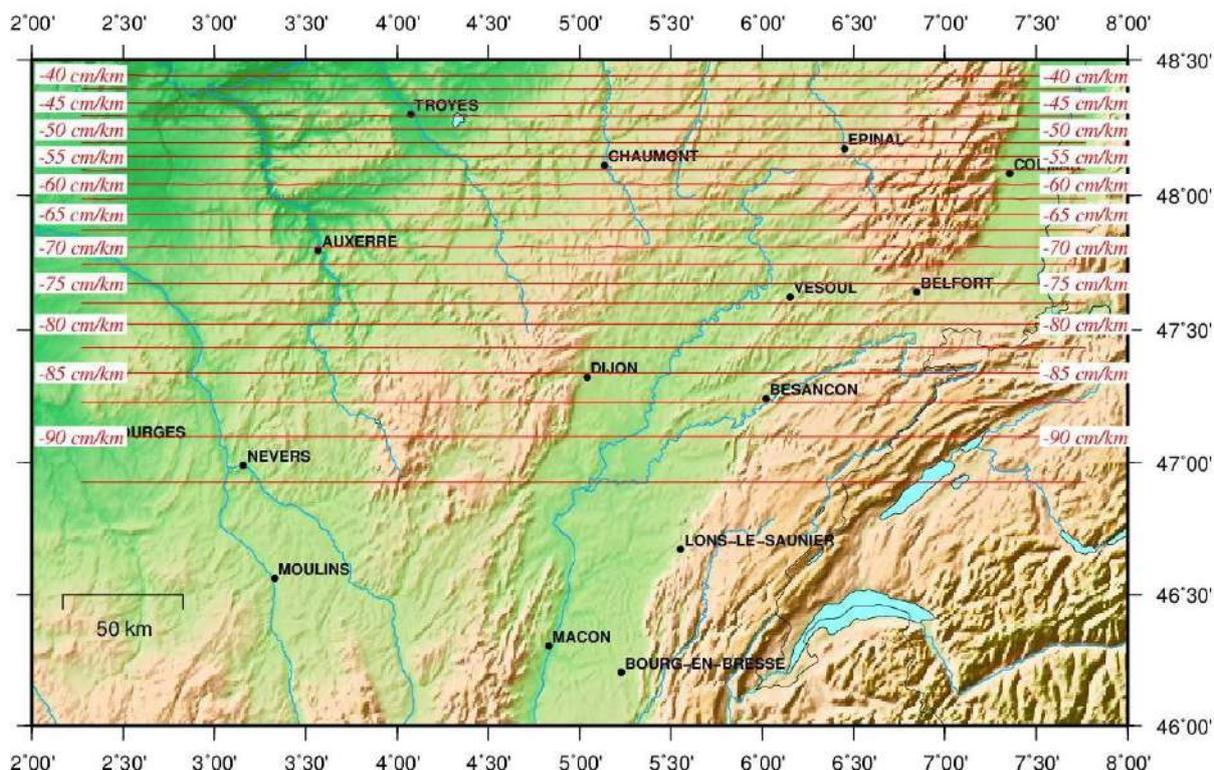


Figura 4-23 primer plano alrededor de Dijon para la distorsión de la distancia en Lambert93 (IGN)

### Cónica conforme 9 zonas proyección Códigos EPSG:3942 (zona 1/CC42) à EPSG:3949 (zona 8/CC49)

Para compensar el escaso uso de la proyección Lambert 93 por parte de los topógrafos profesionales, debido en gran parte a una distorsión de las distancias considerada demasiado fuerte, se decidió crear, en 2006, 9 proyecciones adicionales a la proyección única Lambert 93.

La alteración lineal en cada una de estas 9 zonas es siempre inferior a 10 cm/km.

Esto es menos de 1 cm para eliminar en las mediciones de campo del orden de 100 m como máximo que solemos encontrar.

- Las principales características de las proyecciones de las Nueve Zonas son :
- Estas 9 proyecciones son proyecciones Conformes Secantes de Lambert que llevan la denominación CCxx (donde xx es la latitud en grados del paralelo original).
- Cada una de las 9 zonas se extiende a lo largo de 2 grados de latitud y tiene por paralelo central un paralelo cuya latitud es un número entero de grados.

- La "banda" cubierta tiene unos 222 km de anchura (+111 al norte del paralelo central, -111 km al sur)
- Las 9 zonas cubren todo el territorio nacional con un solapamiento del 50% entre ellas (cada departamento puede asociarse así a una sola proyección).

### PROJECTIONS CONIQUES CONFORMES 9 ZONES (DEPARTEMENT)

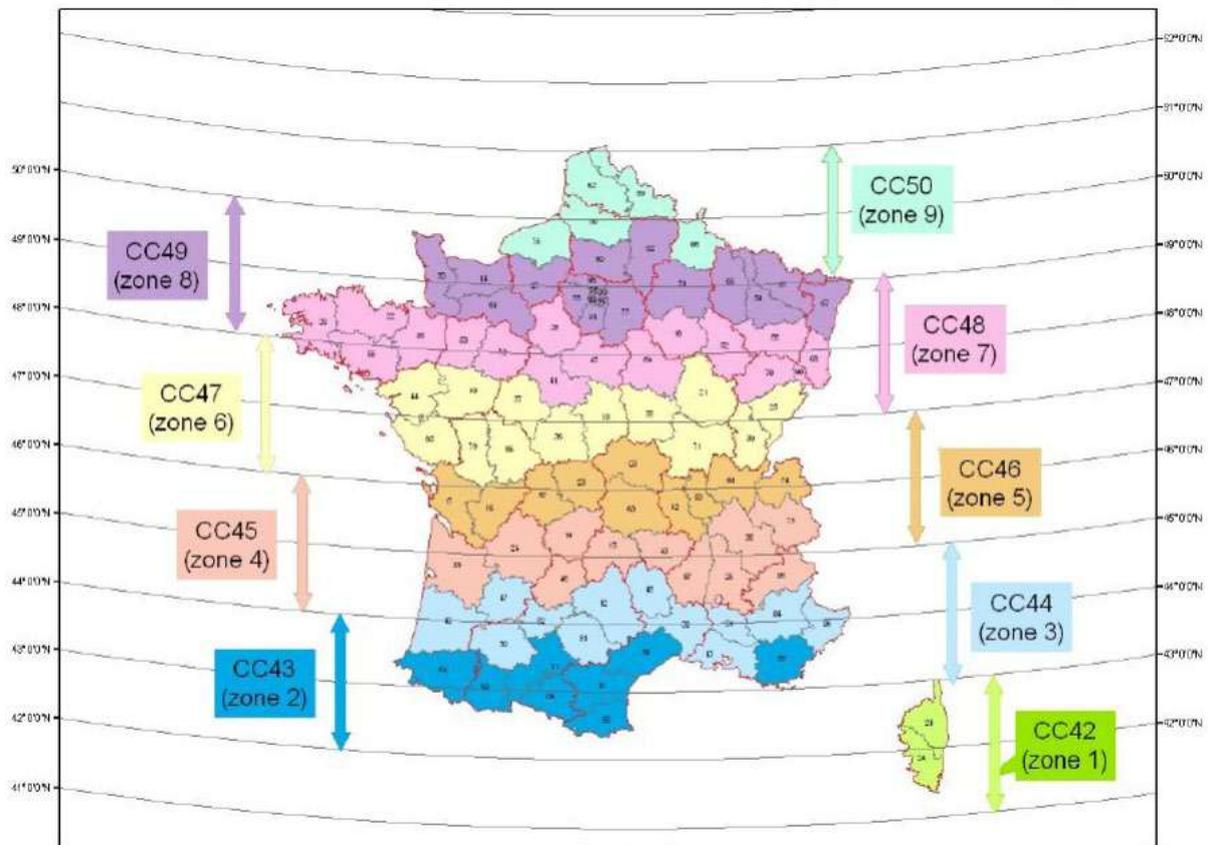


Figura 4-24 las 9 zonas de RGF93-CC 9 zonas proyecciones (IGN)

Por ejemplo, el **CC43** designa la proyección cónica conforme del paralelo central situado a 43 grados Norte, con un rango que se extiende desde el paralelo 42° en el Sur hasta el paralelo 44° en el Norte.

Así pues, podemos resumir las características de las Nueve Zonas (NZ es el número de zona) del siguiente modo

número de zona) como sigue:

- meridiano central:  $\lambda_0 = 3^\circ \text{Est Greenwich}$ ,
- Latitud del paralelo central:  $\varphi_0 = (41 + NZ)^\circ \text{ N}$ ,
- Latitud de los paralelos estándar:  $\varphi_1 = \varphi_0 - 0,75^\circ \text{ N}$  et  $\varphi_2 = \varphi_0 + 0,75^\circ \text{ N}$ ,
- Zona de validez:  $\varphi_0 \pm 1^\circ = \varphi_0 \pm 111 \text{ km}$ ,
- Coordonnates del punto de origen:  $E_0 = 1700 \text{ km}$  et  $N_0 = (NZ \times 1000 \text{ km}) + 200 \text{ km}$ .

Ejemplo: proyección **CC44** (donde está Nîmes):

- número de zona:  $NZ = 3$
- Latitud del paralelo central:  $\varphi_0 = (41 + 3)^\circ = 44^\circ \text{ N}$ ,
- Latitud de los paralelos estándar:  $\varphi_1 = 44 - 0,75^\circ = 43,25^\circ \text{ N}$ ;  $\varphi_2 = 44 + 0,75^\circ = 44,75^\circ \text{ N}$
- zona de validez:  $43^\circ \text{ N} \text{ à } 45^\circ \text{ N}$ ,
- punto de origen:  $E_0 = 1700 \text{ km}$ ;  $N_0 = 3 \times 1000 \text{ km} + 200 \text{ km} = 3\,200 \text{ km}$ .

Por lo tanto, las coordenadas de un punto de la zona CC44 serán del tipo siguiente, en metros:

( $E_{CC44}$  1200 000 a 2 300 000m,  $N_{CC44}$  3 100 00 a 3 300 000m)

### Distorsión de la distancia en zonas Lambert 9

La distorsión de distancia de cada zona es inferior a 10 cm por km, lo que supone unas 2 veces menos que las alteraciones generadas por la antigua zona Lambert y 30 veces menos en el caso extremo de Lambert 93.

La alteración lineal se sitúa entre los valores  $-9 \text{ cm/km} < k < +7 \text{ cm/km}$

Las proyecciones de 9 zonas son interesantes para trabajos sobre mapas y planos en papel para los que se desea una gran precisión, su uso no está justificado para planos con una precisión inferior a la distorsión de la distancia.

Ejemplo de alteración lineal en LAMBERT 93 CC47 para la misma zona que en Lambert 93 "Bourg-en-Bresse to Troyes

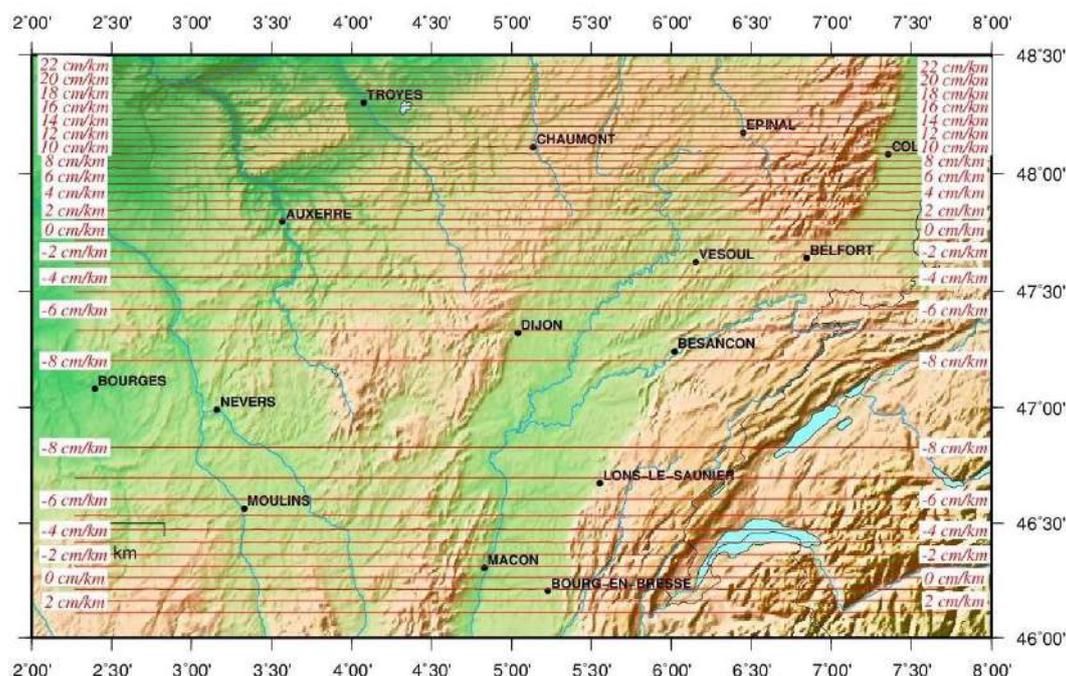


Figura 4-25 primer plano alrededor de Dijon de la distorsión de la distancia en la proyección RGF93-CC47 (IGN)

## 4.6 Puntos de referencia geodésicos

En el territorio existen diversas formas de puntos de referencia, que pueden consultarse en el sitio web

<https://geodesie.ign.fr/fiches/index.php?module=e&action=visugeod>

Es posible colocar un palo prisma o un trípode o una balanza en algunos de ellos para comprobar un instrumento, por ejemplo.



*Figura 4-26 Punto de referencia geodésico de hormigón y bronce en Francia (IGN)*

## 5. Medidas de elevación: el geoid

En todos los países, las elevaciones se miden por encima del nivel medio del mar en todo el país.

El elipsoide NO es el nivel medio del mar (NMM), porque este nivel depende de la gravedad, necesitamos otra referencia para el NMM: el geoid.

### 5.1 El geoid terrestre: diferente del elipsoide

El geoid es el MSL, que se extiende bajo los continentes por un equipotencial de gravedad que permite determinar en todas partes una elevación. Se diferencia del elipsoide, que sólo se utiliza para el posicionamiento. El geoid pasa por encima o por debajo del elipsoide, ¡hasta 100 m!

El geoid NO tiene ninguna ecuación para determinarlo, sólo es el resultado de cientos de medidas y observaciones que se realizan continuamente. (El elipsoide es fácil de calcular, tiene una ecuación matemática).

Abajo el geoid mundial EGM 2008 y su detalle en Europa y Francia (Earth Gravitational Model 2008)

Geoid mundial EGM 2008 (2020 coming), posición comparada con el elipsoide WGS 84.

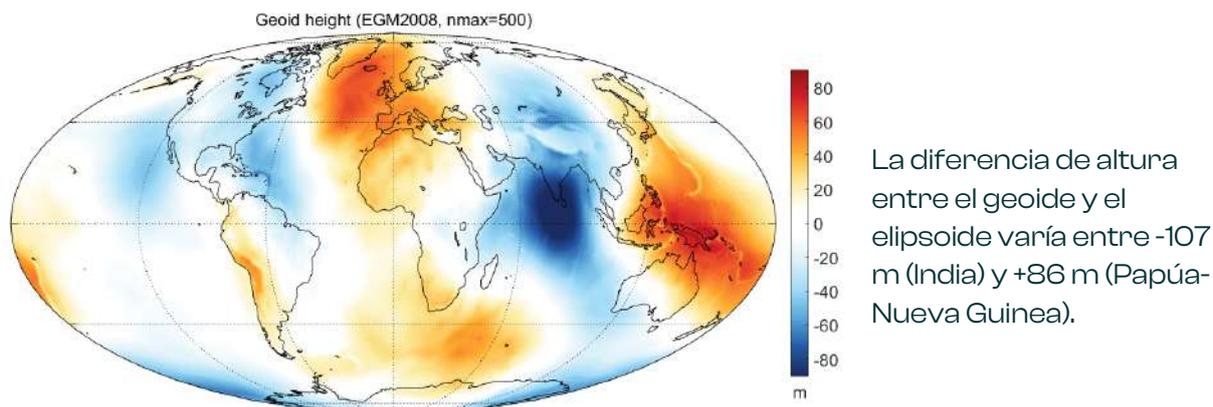


Figura 5-1 elevaciones del geoid mundial comparadas con el elipsoide WGS84 (Ales Bezdec)

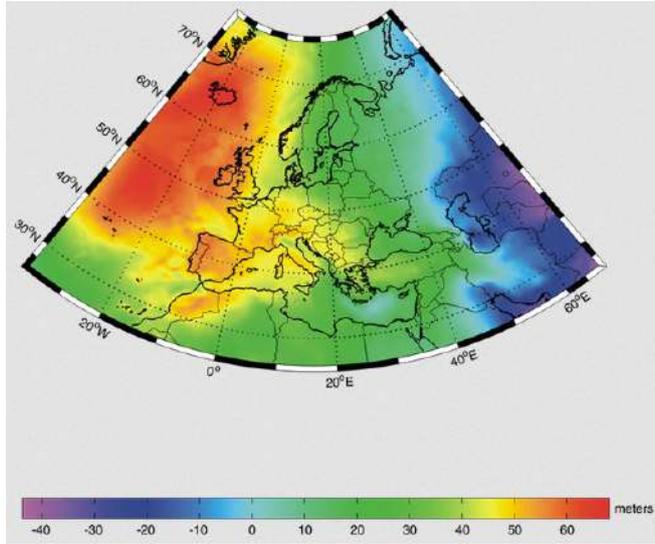


Figura 5-2 Geoides de Europa (H. Denker, W. Torge)

En Europa, el geoid se sitúa entre +10 m y +60 m por encima del elipsoide

Francia  
RAF18  
geoid

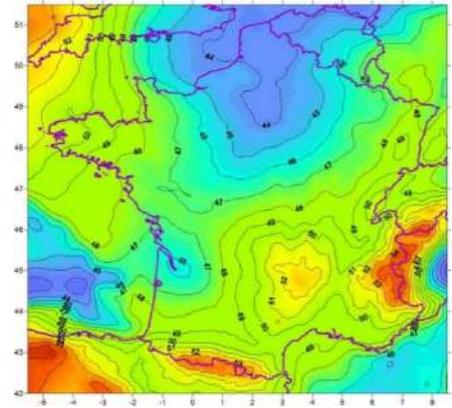


Figura 5-3 Geoides francés (IGN)

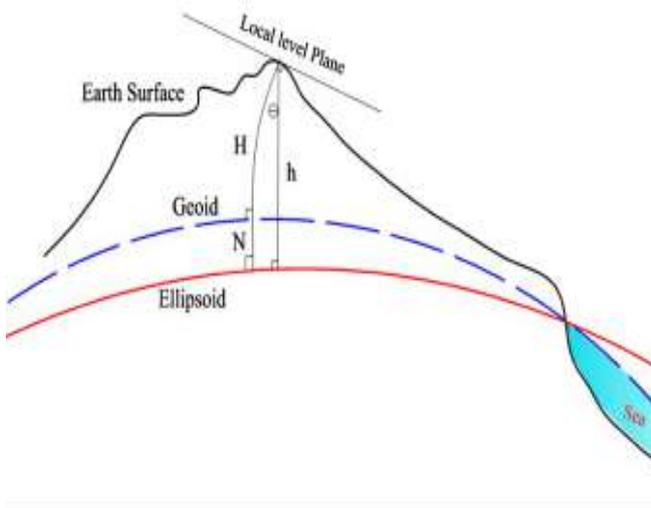
## 5.2 El geoide: determinar la elevación de un punto

***Si medimos las elevaciones en relación con el elipsoide, ¡cometemos un error de varias decenas de metros!***

La elevación de un punto es la distancia de ese punto a la superficie de nivel cero (geoide) a lo largo de la vertical física que pasa por ese punto.

El geoide de cada país pasa por su punto de referencia de altura "cero", el nivel medio del mar para todo el país.

Según la referencia que tomemos, podemos medir la elevación en relación con el elipsoide o con el geoide. Sólo la referencia del geoide es la elevación "verdadera".



$h$  = altura elipsoidal, (medida por el GPS) perpendicular al elipsoide

**$H$  = altura normal o altura ortométrica (la de los planos y mapas topográficos) siguiendo la vertical local de gravedad, perturbada por la geología del terreno, perpendicular al geoide y a su equipotencial. Es la "cota verdadera" o cota legal.**

$N$  = ondulación del geoide (distancia geoide-elipsoide, dada en la cuadrícula EGM2008 o RAF 18) perpendicular al elipsoide en el punto de proyección del punto terrestre a lo largo de la trayectoria de la gravedad (véase más abajo).

Figura 5-4 mediciones de altura (USGS)

Para obtener la altura normal también se denomina "elevación legal":  **$H = h - N$**

## 5.3 Sistema de altimetría legal

Cada país tiene un sistema legal referido al geoide de su país, que pasa por un punto de referencia donde se sitúa un mareógrafo que define la cota cero del país. (para los países junto al mar... para los países sin frente marítimo, se refieren a un punto de otro país junto al mar),

En Francia es el sistema NGF IGN 69. NGF = nivelación general de Francia, el punto fundamental está en Marsella, en el Marégraphe (mareógrafo). La altura normal: altitud definida por el IGN (Instituto Geográfico Francés) desde 1969 con  $g$  = valor del llamado campo de gravedad normal calculado para una tierra elipsoidal teórica.



Figura 5-5 Indicador francés de nivelación (IGN)

Los puntos de referencia geodésicos o "puntos de referencia de nivelación" están repartidos por todo el país y pueden consultarse en el sitio web <https://geodesie.ign.fr/fiches/index.php?module=e&action=visugeod>.

Todos los puntos de referencia indican la altitud en relación con el geoide, con una precisión que depende de su orden, hay 4 órdenes.

Los puntos de referencia de primer orden, reconocibles porque su numeración consta sólo de 2 letras y un número, son los más precisos. Por ejemplo, U'M-39 en Lunel da 6,549 m (como no había suficientes 26 letras, añadimos "prime"). Los puntos de referencia de primer orden son precisos entre sí a  $2\text{mm}/\text{km}^{1/2}$

Los puntos de referencia de 4° orden tienen una precisión de  $3,6\text{mm}/\text{km}^{1/2}$  entre ellos.

# 6. Sistema de navegación por satélite gnss

## 6.1 Sistemas actuales

El GNSS " sistema mundial de navegación por satélite " se compone de 3 elementos :

- El segmento espacial, compuesto por satélites que giran a unos 20.000 km de la Tierra
- El segmento de control compuesto por estaciones terrestres que regulan el funcionamiento del sistema
- El segmento usuario, que es un receptor que calcula su posición

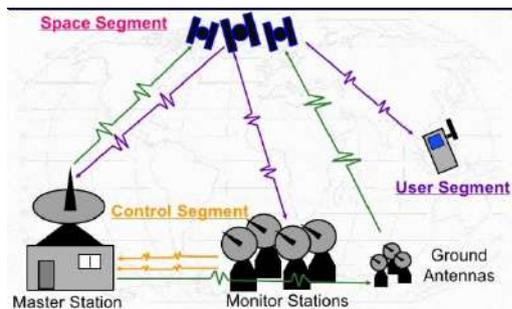


Figura 6-1 los 3 segmentos del GNSS (F.Burks)

Hasta 2007, sólo el GPS (Global Positioning System) -diseñado, desarrollado y mantenido por el Departamento de Defensa estadounidense- era un GNSS operativo. Desde entonces, ha llegado Glonass (URSS y luego Rusia), seguido de otros dos sistemas: el Compass/Beidou chino y Galileo de la Unión Europea. Japón (QZSS) e India (IRNSS) son los últimos.



Figura 6-2 los 6 GNSS diferentes (origen desconocido)

El GNSS orbita a unos 20 000 km y cuenta con unos 30 satélites disponibles

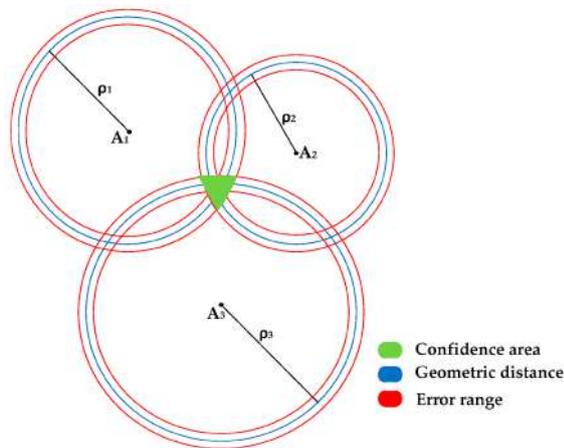
GNSS	GPS	GLONASS	GALILEO	COMPASS (Beidou2)
Country	 	 	 	
Satellites + Spare (Plan)	27 + 3 (1993)	21 + 3 (2012)	26 + 4 (201x)	30 + 5 GEO (2015)
Satellites in Constellation	31 (2009)	19 (2009) 24 (2012) 3Y	2 (2009) 4 (2011) 2Y 18 (2013) 4Y	2(2009) 12 (2011) 2Y 30 (2015) 6Y
Orbital height	20180 km	19100 km	23222 km	21500 km
Orbital period	11:58 h	11:15 h	14.05 h	12:35 h
System Control	Military	Military	Civil	Military
Timing Services	Yes	Yes	Yes	Yes
Clocks	Cs, Rb	Cs	PHM, Rb	Rb
TimeScale	TAI-19	UTC-3 hours	TAI	
Time Offset transmission	GGTO GPS/Galileo Time Offset		GGTO GPS/Galileo Time Offset	
Open service / 95%	100 ns	100 ns	30ns	50ns
Open service / 95%	28m		35m	50m

Tabla 1 Características GNSS

## 6.2 Cálculo de la posición

### Multilateración 3D : intersección de esferas 3D

El funcionamiento del GNSS se basa en la medición del tiempo de propagación de la señal emitida por un satélite hasta que es recibida por el usuario. Multiplicando este tiempo por la velocidad de propagación de la onda se obtiene la distancia entre el satélite y la antena. La medición del tiempo de propagación de la señal procedente de varios satélites permite, mediante multilateración esférica, determinar la posición del receptor.



Si conocemos la posición  $A_1$ ,  $A_2$ , et  $A_3$  (les satélites)

Y si conocemos la distancia entre cada  $A_i$  y el receptor, con su confianza, entonces el receptor (el usuario con su antena GNSS) se encuentra en el triángulo central de confianza, único lugar que respeta las 3 condiciones de distancia.

Figura 6-3 Multilateración en un plano (topomaths)

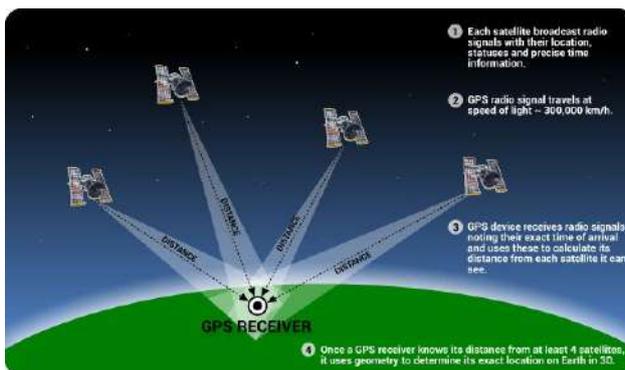


Figura 6-4 cálculo de una posición a partir de 4 satélites (genecors)

Multilateración espacial: Se necesitan 4 satélites para determinar las intersecciones de esferas y no círculos, pero también para obtener una sincronización de los relojes entre receptor y satélites.

La posición determinada no puede ser un punto único debido a la confianza en la posición de los satélites y las mediciones de distancia: se realizan varios cálculos y se toma una media

### **Posicionamiento: exclusivamente en el elipsoide WGS84**

El elipsoide de referencia es WGS84, el GNSS sólo puede posicionarse en este elipsoide.

**Longitud, Latitud, altura elipsoidal son las únicas informaciones dadas por el receptor.**

No disponemos directamente de la altitud legal, ni de las coordenadas en el sistema legal del país (RGF93 en Francia), es necesario añadir un software que calcule estos valores utilizando datos de proyección y rejilla de conversión altimétrica.

## 6.3 Precisión métrica nativa GNSS, concepto GDOP

### Precisión instantánea

Así, los satélites emiten hacia la Tierra ondas electromagnéticas (microondas) que se propagan a la velocidad de la luz (300.000 km/s en el vacío). El receptor en la Tierra mide el tiempo que tarda la onda en llegar a su antena (desplazamiento de código, unos 70 ms). A continuación, puede estimar la distancia que le separa del satélite. Con las distancias a varios satélites cuya posición es conocida, el receptor puede calcular una multilateración esférica y obtener la posición de la antena).

La medición precisa de este tiempo de propagación es crucial, ya que un error de  $10^{-6}$  segundos genera un error de 300 m en la distancia...

Por tanto, se requiere una precisión de 1 nanosegundo ( $10^{-9}$ ) para lograr una precisión de posicionamiento en el rango de los metros.

Los errores de posicionamiento se deben a la confianza en

- la órbita de los satélites (conocida con una precisión de 5 a 30 cm) obtenida por las "efemérides" codificadas en el receptor y actualizadas por la señal procedente del satélite y del segmento de control en tierra
- la sincronización de los relojes entre el receptor y los satélites (requiere el nanosegundo) obtenida descodificando la señal recibida y los relojes atómicos de los satélites
- la propagación de la señal en la atmósfera terrestre (ionosfera con su temperatura, campos magnéticos y electromagnéticos, y luego troposfera con su humedad, presión, temperatura y partículas) que retrasa y altera la señal
- las reflexiones parásitas y las máscaras del entorno de recepción (edificios altos, cubierta arbórea...) que retrasan y alteran la señal
- las características de la antena receptora (posición variable del centro de recepción, centro de fase, calidad de la electrónica y número de frecuencias recibidas)

En posicionamiento instantáneo, máxima precisión en muy buenas condiciones:

- **10 m con un receptor de frecuencia única** (teléfono móvil, GPS de coche, GPS de senderismo... GNSS básico de dron)
- **1m con un receptor de doble frecuencia** (antena profesional que procesa 2 ondas por satélite, algunos aparatos de consumo también lo hacen, raros y muy caros... drones de alta gama)
- ... galileo propone la recepción de 4 frecuencias para tener, con un software adicional, una precisión centimétrica, pero requiere una antena de cuádruple frecuencia muy cara...
- Esta precisión mejora al permanecer estático en el mismo punto durante mucho tiempo, el GNSS hace la media de las mediciones.

## GDOP: Dilución Geométrica de Precisión

Este parámetro, conocido de antemano en las efemérides de las constelaciones GNSS, caracteriza la precisión del posicionamiento mediante los factores de dilución de la precisión, nDOP: Dilution Of Precision:

"n" son las diferentes posibilidades de DOP,  $\sigma_0$  es la precisión de la medición

• n = V: solución vertical:  $VDOP = \frac{\sigma_h}{\sigma_0}$

• n = H: solución horizontal:  $HDOP = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2}}{\sigma_0}$

• n = P: solución de posicionamiento:

$$PDOP = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2 + \sigma_h^2}}{\sigma_0}$$

• n = T: Solución temporal:

$$TDOP = c \frac{\sigma_t}{\sigma_0}$$

$$GDOP = \frac{\sqrt{\sigma_e^2 + \sigma_n^2 + \sigma_h^2 + c^2 \sigma_t^2}}{\sigma_0}$$

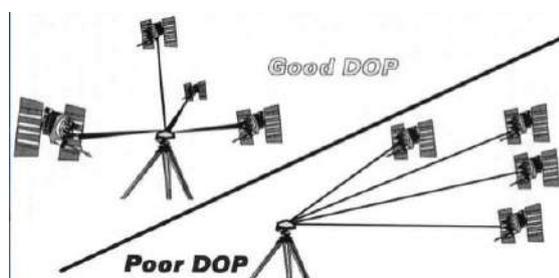
• **n = G: solución geométrica y temporal:**

En general, sólo se comprueba el GDOP, que es el dato más completo.

Cuanto mayor sea el nDOP, menos preciso será el resultado: por ejemplo, con una precisión de medición de 10 metros y un GDOP de 7, ¡la precisión teórica esperada para un posicionamiento instantáneo será de 70 m!

- ✓ **muy buena DOP < 3**
- ✓ buena 4-5
- ☹ no confía 6
- ✗ evitar > 6

↓ los satélites bien distribuidos sobre el lugar de medición proporcionarán una buena DOP (nDOP < 3)



← los satélites mal distribuidos (o con parte de ellos oculta) darán una DOP deficiente (nDOP > 5)

Figura 6-5 DOP en función de la posición de los satélites (K.Ansari)

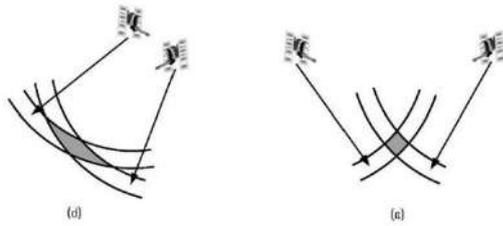


Figura 6-6 Intersecciones de distancia con su área de confianza (marinegayaan.com)

Satellite Geometry and Dilution of Precision (DOP)

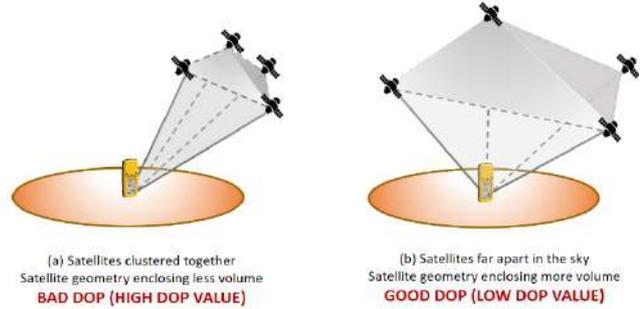


Figura 6-7 Cuanto más cerca están los satélites entre sí, mayor es el margen de confianza (Graticule)

### Variación durante el día:

Para 1 sistema GNSS y para 1 localización, el DOP varía durante el día, se puede obtener un gráfico de las variaciones del GDOP durante el día, con un software GNSS profesional.

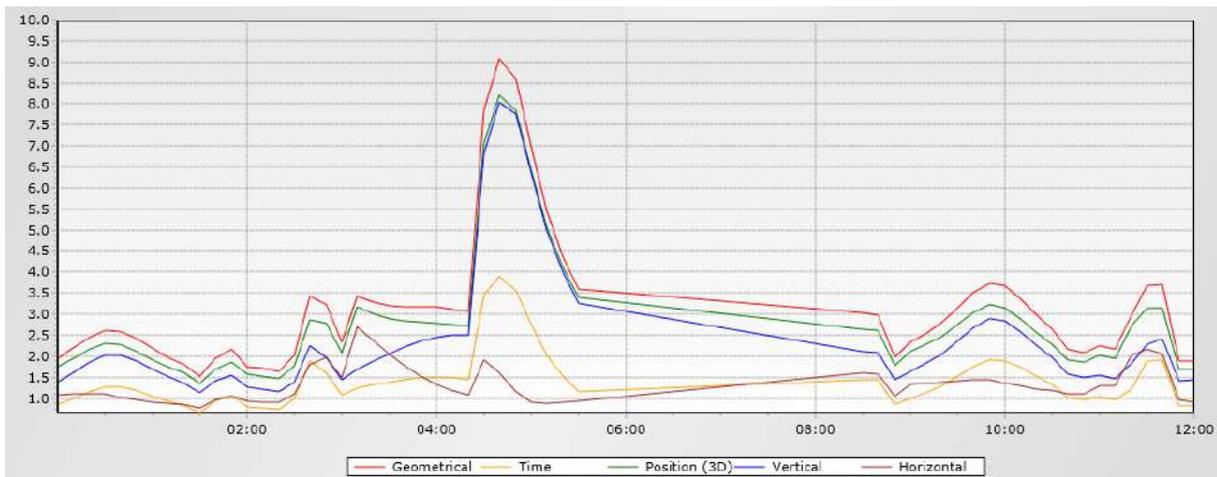


Figura 6-8 Variación de la DOP durante 12 horas (Trimble)

Arriba vemos que los mejores momentos de observación son entre 8h30 y 9h30 luego 10h30 a 11h15 finalmente alrededor de 11h45 (también podemos trabajar de noche...). ATENCIÓN: el hermoso pico alrededor de las 5h00 am es el PEOR MOMENTO (gran DOP).

### Índice kp

Este índice varía de 0 a 9 y mide la actividad geomagnética global. Indica el grado en que las erupciones solares están interrumpiendo la propagación de ondas electromagnéticas. Hasta 3, la actividad no es muy disruptiva; a las 4, es significativo; a 5 y más, las señales de los satélites GNSS pueden estar sujetas a fuertes variaciones, lo que reduce significativamente la precisión del posicionamiento.

Las aplicaciones meteorológicas y los sitios web dan el valor Kp para la zona de vuelo.

Si la precisión es fundamental, vuela con un Kp < 4.

## 6.4 Precisión centimétrica en modo de medición PPP

→ **PPP: Posicionamiento puntual preciso** : una antena GNSS de doble frecuencia se deja estática durante varias horas o incluso días. Calcula su posición cientos de veces y, mediante promedios sucesivos, la precisión alcanza el centímetro.

No aplicable a una encuesta con drones; ¡demasiado largo!

Pero adecuado para una estación base en modo postprocesado diferencial (véase más abajo).

## 6.5 Precisión de alcance centimétrico obtenida con un sistema diferencial

### Método: Enlace de dos antenas GNSS

Uniendo dos antenas GNSS, una fija cuya posición se conoce perfectamente (estación base), y otra que realiza mediciones de puntos sobre el terreno (estación rover), podemos conocer al centímetro la posición de los puntos medidos.

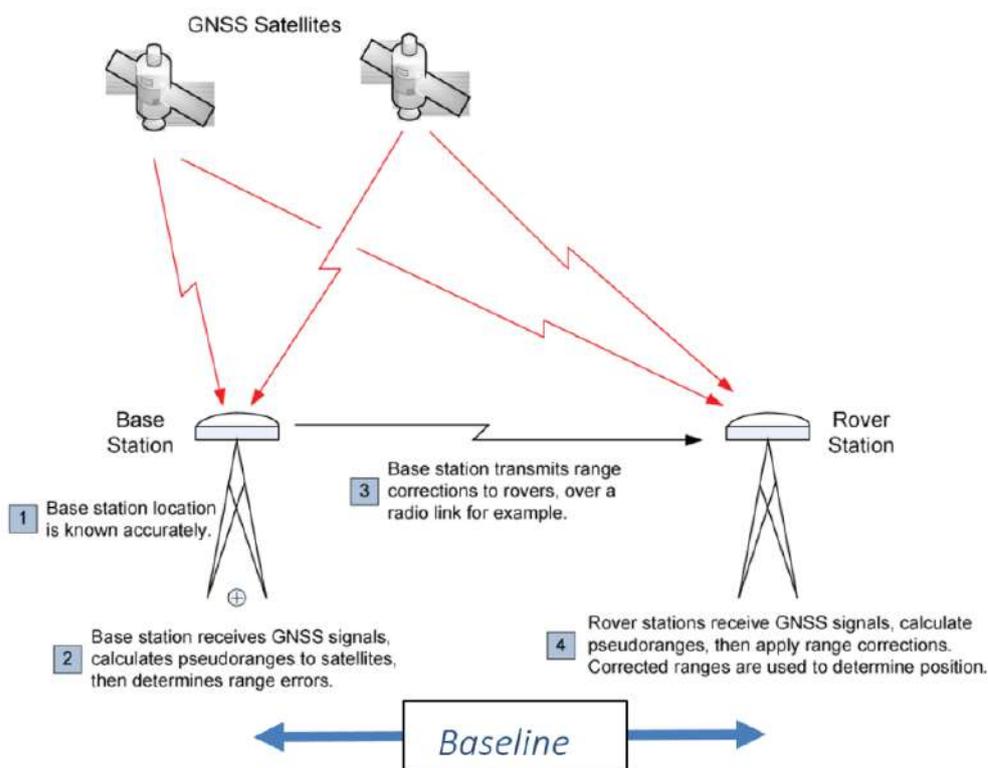


Figura 6-9 Principio del GNSS diferencial (Politécnico de Turín)

**Post-procesamiento base-rover:** Instalando sobre el terreno una antena fija, la "base", que sirve de referencia, sobre un trípode, que adquiere su posición en estático (un PPP de 1 a 2 horas), se levantan los puntos con otra antena llamada "el rover". Se realiza un cálculo a posteriori en la oficina para determinar la posición de la antena fija al centímetro, y a continuación se ajustan también al cm las coordenadas de los puntos del rover determinando los errores que hay que corregir.

**Línea de base:** distancia entre la estación base conocida y el rover. Cuanto más cerca, mejor.

- 😊 mejor : < 10 Km
- ✓ adecuado : 10-30 Km
- ❖ Cautelosamente aceptable: 30 a 100 Km
- ✗ No precisa > 100 Km

## RTK: correcciones en tiempo real por Internet y suscripción

**RTK: Cinemática en tiempo real.** Una sola antena pero conectada a un servidor de corrección de posición. Este servidor calcula, gracias a una red de antenas fijas cuya posición se conoce con una precisión de 5 mm, las correcciones que deben efectuarse en la recepción de todos los satélites de las constelaciones vigiladas. De este modo, el rover GNSS RTK calcula cada segundo su posición precisa en el rango de los centímetros.

En Francia, la RGP (red GNSS permanente) y varias antenas privadas sirven de base a varios servicios RTK de pago: Teria, Orphéon, Sat-info, Centipede.....

Para acceder a RTK, necesita

- Disponer de un módem 4G o 5G en su decodificador GNSS, además de la antena GNSS, que es un dispositivo diferente.
- Disponer de un decodificador compatible con RTK
- Suscribirse (varios cientos de euros al año) a un servicio RTK
- Trabajar en una zona con cobertura de red celular
- Tener una tarjeta SIM (o un enlace con su propio teléfono en wifi) para recibir datos

Pasos para conectarse a RTK con todos estos equipos (se supone que la configuración de RTK ya se ha realizado de acuerdo con los datos de suscripción del operador de RTK):

- Inicio GNSS: antena y decodificador
- Verificar que se establece la conexión con los satélites y que se obtiene una posición.
- Visualice en la pantalla la precisión alcanzada : CQ3D de unos pocos metros
- Conectarse al RTK a través del menú específico
- Mientras se establece la conexión, vaya a los ajustes y aplique los parámetros de registro de las mediciones
- Registro de medidas sólo si **GDOP $\leq$ 4**
- Registro automático de la medición si la **precisión de la posición horizontal  $\leq$  2 cm** (a adaptar al caso, pero por debajo de 1 cm la medición puede tardar varios minutos).
- Registro automático de la medición si la **precisión de la posición vertical  $\leq$  2,5 cm** (a adaptar al caso, pero por debajo de 1,5 cm la medición puede tardar varios minutos).
- **Número de posiciones** calculadas antes del registro automático: **30** (por lo que el GNSS tiene que realizar muchas determinaciones antes del registro, aunque la precisión se alcance antes, en caso de que se haya producido un error en los primeros cálculos).
- A continuación, vaya al ajuste del **ángulo de corte**: los satélites que están demasiado bajos en el horizonte no se tienen en cuenta, su señal atraviesa

"demasiada" atmósfera": fije el ángulo en **15°** (o más en las ciudades debido a los edificios que enmascaran los satélites bajos).

- Vuelva a la pantalla principal para comprobar si se ha alcanzado la calidad de posicionamiento centimétrica: **CQ3D < 5cm**
- Iniciar mediciones

NB1: en la pantalla de visualización de puntos, el punto cuyo nombre empieza por RTCM es la antena utilizada como referencia, a menudo a varios kilómetros de distancia, marque la opción "no mostrar RTCM" para tener un zoom fácil sobre todos los puntos topográficos.

NB2: la mayoría de las redes RTK crean antenas virtuales, sólo a efectos de cálculo para evitar demasiada línea de base.

Ejemplo de precisión para una Leica GS16: desviación estándar en una medida

**Differential phase  
in post-processing**

Type	Horizontal	Vertical
Static and rapid static	3 mm + 0.5 ppm	5 mm + 0.5 ppm
Kinematic	8 mm + 1 ppm	15 mm + 1 ppm
Static with long observations	3 mm + 0.1 ppm	3.5 mm + 0.4 ppm

**Differential phase  
in real-time**

Type	Horizontal	Vertical
Single Baseline (< 30 km)	8 mm + 1 ppm	15 mm + 1 ppm
Network RTK	8 mm + 0.5 ppm	15 mm + 0.5 ppm

Tabla 2 Especificaciones de la antena Leica GS16 (Leica)

Ejemplo: si se trabaja en nRTK, con una antena virtual RTCM a 20km (línea de base=20km), la desviación típica en las medidas es de

$$\sigma = \sqrt{8^2 + (0.5 \times 20)^2} = 13mm$$

- La precisión de la posición vertical es siempre 1,5 veces peor que la de la posición horizontal.

## 6.6 Perturbaciones locales en la precisión de un GNSS

Independientemente de la calidad de los equipos y de todas las perturbaciones atmosféricas, existen perturbaciones locales de los sondeos GNSS:

Multitrayecto por fachadas o acantilados: la señal se retrasa por un reflejo en una fachada que alarga su trayectoria.

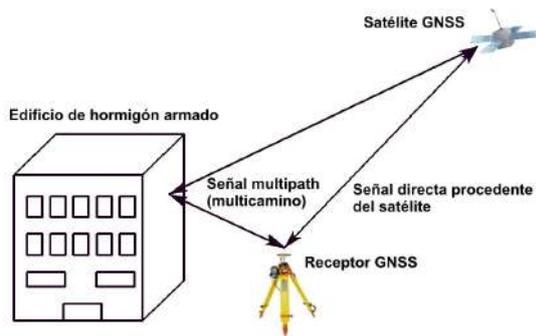


Figura 6-10 reflejos de fachada (N.Garrido)

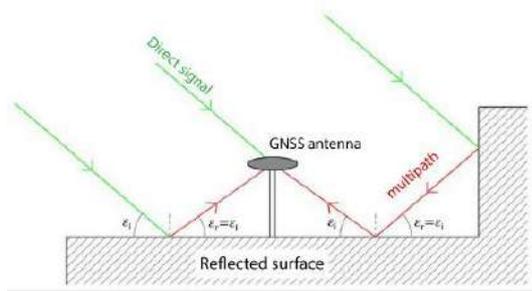


Figura 6-11 reflexión en tierra de las ondas procedentes de satélites

Multitrayectoria del suelo: se utilizan antenas de anillo de guarda (shoke-ring)



Figura 6-12 Antena shoke ring (Trimble)

Máscara: la señal se corta por un obstáculo entre el receptor y el satélite: árboles, nubes de tormenta, edificios...

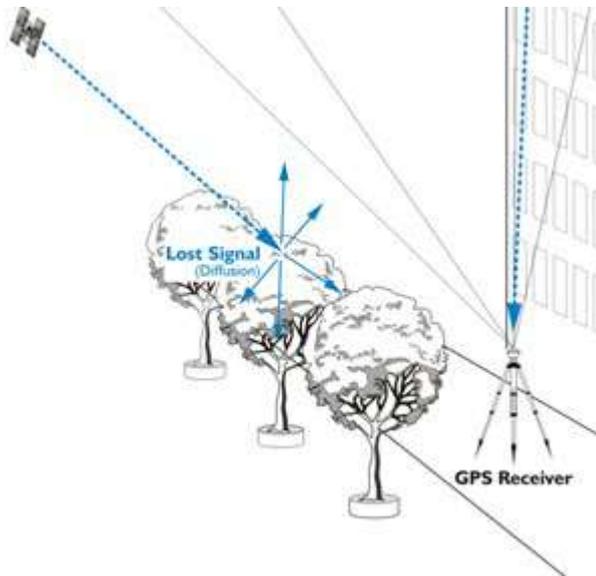


Figura 6-13 árboles y edificios enmascarando la señal (Penn state U)

## 6.7 Sistemas jurídicos y GNSS

Para vincular a un sistema legal nuestras nubes de puntos de fotogrametría de drones o lidar, necesitamos que las coordenadas se expresen en el sistema legal del lugar. Dado que el GNSS solo se posiciona en el elipsoide, debe ser capaz de devolver coordenadas que puedan utilizarse para la topografía: coordenadas legales (UTM o Lambert según el país, véase más arriba), y altitudes legales, relativas al nivel medio del mar del país, su geode.

Por lo tanto, es necesario haber cargado previamente en el decodificador:

- fórmulas de proyección entre el elipsoide y el sistema legal (RGF93 en Francia, Lambert93 y zonas CC 9) para tener las coordenadas legales E y N. Estas fórmulas son matemáticas y bien conocidas, pero un poco complicadas de expresar aquí...
- Una rejilla de conversión altimétrica (rejilla RAF20 la más reciente en Francia, de lo contrario RAF18) para tener la altitud legal, vinculada a las marcas de nivelación del país. La fórmula matemática es muy sencilla

$H = h - N$  El GNSS mide la altura elipsoidal "h" pero el valor de la ondulación del geode "N" depende de la posición del punto medido. Cada país establece una cuadrícula, lo más fina posible de su territorio, de puntos donde se determina la altura entre el elipsoide WGS84 y el geode (la ondulación). La malla de referencia de altura es la lista de coordenadas de todos los puntos en los que se ha calculado el valor de la distancia vertical entre el elipsoide WGS84 y el geode. En Europa, esta "ondulación" es positiva.

Entre dos puntos se interpola la ondulación.

La precisión de las rejillas de conversión de los altímetros varía entre 5 y 30 mm.

Nota: si te olvidas de registrar los puntos en el sistema correcto, siempre es posible convertir todos los puntos a posteriori con un programa informático.

## 7. Objetivos de geolocalización in situ

### 7.1 Principio (véase también el módulo "fotogrametría")

Para que nuestras fotogrametrías o nubes de puntos lidar puedan geolocalizarse, necesitamos tener puntos de referencia en las fotos cuya posición se haya medido con un sistema GNSS centimétrico (postprocesado o RTK).

Los objetivos se colocan sobre el terreno, son puntos de referencia grandes y visibles con números, y luego se miden con un sistema GNSS centimétrico.

Para una buena geolocalización necesitas al menos 4 objetivos, colocar más objetivos mejora la precisión.

### 7.2 Tipos de objetivos

Ejemplo:



Los objetivos deben ser

- grande (por lo menos 50 cm)
- numerado
- muy estables (pesados o fijados por pesos o piedras)
- constante durante todo el reconocimiento con drones
- bien espaciados y distribuidos en el lugar de trabajo

Figura 7-1 objetivo de geolocalización terrestre (pixwing.fr)

## 7.3 Estudio de los objetivos

El GNSS debe apuntar al centro exacto del objetivo, estabilizado por un trípode

La precisión debe ser centimétrica, el GNSS debe ajustarse antes y conectarse en RTK (o base-rover con post-procesamiento).

El número del punto estudiado debe coincidir con el número del objetivo.

El sistema de coordenadas GNSS debe haberse elegido antes del levantamiento, así como la cuadrícula de conversión altimétrica.



*Figura 7-2 Medida GNSS en un objetivo (Chivas)*

# Lista de cifras

Figura 2-1 Elipsoide WGS84.....	7
Figura 2-2 eje de rotación = Norte geográfico.....	9
Figura 2-3 declinación del campo magnético en 2015 (ncei.noaa.gov).....	9
Figura 2-4 declinación de las líneas de campo magnético de la tierra.....	10
Figura 3-1 meridianos (brainly.in).....	11
Figura 3-2 paralelos (brainly.in) ( <a href="https://geography.name">https://geography.name</a> ).....	12
Figura 3-3 altura elipsoidal ortogonal al elipsoide.....	12
Figura 3-4 eje de coordenadas cartesianas (researchgate).....	15
Figura 3-5 deriva continental (importantinnovations.com).....	16
Figura 4-1 las dos proyecciones sucesivas para obtener un mapa.....	17
Figura 4-2 marco de referencia ortogonal en un mapa plano.....	18
Figura 4-3 proyección cilíndrica transversal.....	18
Figura 4-4 proyección cilíndrica directa.....	18
Figura 4-5 representación directa cónica tangente.....	19
Figura 4-6 Representación cónica secante directa.....	19
Figura 4-7 Representación de la tangente acimutal.....	19
Figura 4-8 proyección Mercator directa (Britanica.com).....	21
Figura 4-9 Proyección Universal Transversal de Mercator UTM.....	22
Figura 4-10 las 60 zonas de la UTM (researchgate).....	22
Figura 4-11 eje en una banda UTM - qué-cuándo-cómo.com.....	23
Figura 4-12 coordenadas en una franja UTM.....	23
Figura 4-13 las 3 zonas UTM de Francia ("fuseau" en francés) (IGN).....	24
Figura 4-14 proyección de distancia del campo al elipsoide.....	25
Figura 4-15 factor de escala=1 a lo largo de los meridianos estándar (what-when-how.com).....	26
Figura 4-16 factores de escala notables en UTM.....	26
Figura 4-17 Proyección secante de Lambert (researchgate.com).....	28
Figura 4-18 diferentes factores de escala en función de la posición respecto a los paralelos estándar (Bryan W. Bunch).....	29
Figura 4-19 convergencia de meridianos en Lambert (IGN).....	30
Figura 4-20 eje del sistema de proyección RG93-Lambert93.....	31

Figura 4-21 distorsión de la distancia en Lambert 93 (IGN).....	32
Figura 4-22 distorsión de la distancia en Lambert 93 (IGN).....	33
Figura 4-23 primer plano alrededor de Dijon para la distorsión de la distancia en Lambert93 (IGN).....	34
Figura 4-24 las 9 zonas de RGF93-CC 9 zonas proyecciones (IGN).....	35
Figura 4-25 primer plano alrededor de Dijon de la distorsión de la distancia en la proyección RGF93-CC47 (IGN).....	36
Figura 4-26 Punto de referencia geodésico de hormigón y bronce en Francia (IGN).....	37
Figura 5-1 elevaciones del geoide mundial comparadas con el elipsoide WGS84 (Ales Bezdec).....	38
Figura 5-2 Geoide de Europa (H. Denker, W. Torge).....	39
Figura 5-3 Geoide francés (IGN).....	39
Figura 5-4 mediciones de altura (USGS).....	40
Figura 5-5 Indicador francés de nivelación (IGN).....	41
Figura 6-1 los 3 segmentos del GNSS (F.Burks).....	42
Figura 6-2 los 6 GNSS diferentes (origen desconocido).....	42
Figura 6-3 Multilateración en un plano (topomaths).....	44
Figura 6-4 cálculo de una posición a partir de 4 satélites (geneco.rs).....	44
Figura 6-5 DOP en función de la posición de los satélites (K.Ansari).....	47
Figura 6-6 Intersecciones de distancia con su área de confianza (marinegyaan.com).....	48
Figura 6-7 Cuanto más cerca están los satélites entre sí, mayor es el margen de confianza (Graticule).....	48
Figura 6-8 Variación de la DOP durante 12 horas (Trimble).....	48
Figura 6-9 Principio del GNSS diferencial (Politécnico de Turín).....	50
Figura 6-10 reflejos de fachada (N.Garrido).....	53
Figura 6-11 reflexión en tierra de las ondas procedentes de satélites.....	53
Figura 6-12 Antena shoke ring (Trimble).....	53
Figura 6-13 árboles y edificios enmascarando la señal (Penn state U.).....	54
Figura 7-1 objetivo de geolocalización terrestre (pixwing.fr).....	56
Figura 7-2 Medida GNSS en un objetivo (Chivas).....	57

# Lista de cuadros

Tabla 1 Características GNSS.....	43
Tabla 2 Especificaciones de la antena Leica GS16 (Leica) .....	52